

## Titulo

# Modelación y simulación del árbol superior del molino de caña de azúcar

Andrés M. Espinosa Acevedo <sup>1</sup>

Jorge L. Moya Rodríguez <sup>2</sup>

César A. Chagoyén Méndez <sup>3</sup>

Ernesto L. Chagoyén Méndez <sup>4</sup>

Departamento de Ingeniería Mecánica. Facultad de Ingeniería Mecánica. Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.

Carretera a Camajuaní km 5.5, Santa Clara 54830, Villa Clara, Cuba.

Teléfono: 053 42 281630, email: [andresea@uclv.edu.cu](mailto:andresea@uclv.edu.cu), Profesor Auxiliar.

<sup>2</sup> Departamento de Ingeniería Mecánica. Facultad de Ingeniería Mecánica. Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.

Carretera a Camajuaní km 5.5, Santa Clara 54830, Villa Clara, Cuba.

Teléfono: 053 42 281630, email: [jorgemr@uclv.edu.cu](mailto:jorgemr@uclv.edu.cu), Profesor Titular

### Resumen.

En el trabajo se muestran los resultados obtenidos de la investigación realizada sobre los molinos de caña, con el objetivo de conocer las causas que provocan la rotura imprevista de los árboles de los mismos. Para lograr este propósito se hizo un análisis estructural y del principio de funcionamiento de esta máquina, se desarrolló un nuevo modelo que describe el paso del bagazo por entre las mazas como un movimiento de rodadura. A partir de estos elementos se determinan las cargas que se generan sobre cada maza en particular y su influencia sobre el conjunto árbol maza superior, considerando el ajuste del molino y la presión del bagazo sobre las mazas como una fuerza uniformemente distribuida. En estas condiciones se determinan por equilibrio las cargas necesarias en los collarines del árbol superior y el momento torsor requerido para el trabajo del molino. Conociendo estas cargas se calculan las presiones hidráulicas en cada pistón capaces de mantener la maza superior en posición horizontal. A partir de las cargas que actúan sobre el conjunto superior, se modela el mismo inicialmente sobre apoyos y luego sobre una fundación elástica, con el objetivo de comprobar la posibilidad de poner la maza superior en posición horizontal por el método propuesto, y posteriormente chequear el árbol apoyado sobre una fundación elástica.

**Palabras clave:** Molinos de caña de azúcar, guijos, maza superior

## MODELING AND SIMULATION OF THE UPPER SHAFT OF THE SUGAR CANE MILLS

### Abstract

The results of an investigation carried out for knowing the causes of the failures of upper shafts of sugar cane mills is exposed in this paper. A structural analysis of the sugar mill main mechanism was made and the principle of operation of sugar cane mills is described. A new model for analyzing the movement of bagasse among the mills was developed. Using this model were determined the loads acting over each mill shaft and their influence on the upper shaft. The adjustment of the mill was taking into account, and the pressure of the bagasse on the shaft was assumed as a force uniformly distributed. Considering the upper shaft in horizontal position was calculated the reactions in the supports and the required torsor moment for the right mill work. Knowing these loads the hydraulic pressures in each piston were established. From the loads that act on the upper shaft set, it was modeled initially on supports and afterwards on an elastic foundation.

**Key words:** Sugar cane mills, upper shaft, shaft cylinder.

## **Introducción**

La rotura imprevista de los árboles de los molinos de caña (guijos) ha sido un acontecimiento de gran interés para los especialistas de la industria azucarera, tanto por el aspecto económico como técnico. El aspecto económico se justifica por el alto costo de esta pieza, el tiempo requerido para sustituirla y las limitaciones que se crean en el trabajo de extracción al poner la máquina a trabajar en un régimen limitado de cargas para prevenir la rotura del árbol. El interés técnico lo determina el hecho de que un elemento de máquina, diseñado acorde con las teorías conocidas y comprobadas en la práctica, falle en un tiempo de explotación muy diferente al previsto en algunos casos y en otros trabaje ininterrumpidamente, hasta que el desgaste en los apoyos o en la maza limiten su explotación.

## Desarrollo

El primer estudio de carácter científico encaminado a solucionar este problema fue realizado por Herrera<sup>1</sup> en el año 1956. Llegó a la conclusión de que estos árboles fallan por fatiga, aspecto que demostró teóricamente y analizando la forma de rotura de un número considerable de guijos que se corresponde con la forma típica de fractura por fatiga. Abordó el tema de los concentradores de tensiones, mejoramiento de las superficies en la zona de rotura y ofreció algunas recomendaciones de explotación que aumentarían la resistencia de los guijos a la fatiga.

En el año 1982 Gilda Fernández Levy<sup>4</sup> en su tesis doctoral abordó este tema específicamente, clasificando experimentalmente el material de los guijos, y desarrollando un esquema de análisis más completo que los anteriores, además realizó los cálculos de resistencia y fatiga de los guijos. Caracterizó el material con que deben construirse estos árboles y dio una serie de recomendaciones para el aumento de la resistencia a la fatiga de los guijos. Además, recomendó perfeccionar el esquema de cargas para que los cálculos de resistencia y fatiga sean más precisos.

En el año 2000 el autor<sup>2</sup> en tesis de maestría, hizo un estudio de los esquemas de cargas usados por los diferentes autores y propuso un esquema de análisis considerando cargas que no se habían tomado en cuenta. Además propuso un nuevo modelo para estudiar el paso del bagazo por entre los diferentes pares de mazas y las cargas que se generan sobre las mismas, basado en considerar este movimiento como una rodadura, y realiza un análisis estructural y del principio de funcionamiento del mecanismo del molino de caña, donde se demuestra que esta máquina no puede mantener la maza superior en posición horizontal con presiones hidráulicas constantes en cada cilindro de la maza superior, para diferentes alturas del colchón de bagazo y que esta es una de las causas fundamentales de las discrepancias existentes entre los resultados de los cálculos y el comportamiento real de estos árboles. Además el modelo de rodadura propuesto es capaz de hacer coincidir la teoría con la práctica en cuanto al consumo de potencia entre los diferentes pares de mazas, demostrándose teóricamente que el consumo de

potencia en un molino es una función que no depende sólo de la relación de compresión, aspecto demostrado experimentalmente por Muños y Lewiinski,<sup>7</sup> Jenkins,<sup>6</sup> coincide con este criterio. Este modelo permite obtener con mayor precisión las cargas y su punto de aplicación sobre el conjunto árbol maza y por ende mayor precisión en los cálculos.

Arzola<sup>1</sup> en tesis doctoral presentada en el año 2004, aborda el tema en cuestión desarrollando un esquema de análisis muy completo, en el mismo considera la maza superior como un árbol apoyado sobre un fundamento elástico, determinando experimentalmente el coeficiente de rigidez del bagazo. Esta investigación marca una pauta en los esquemas de análisis de los árboles de molinos de caña, pues caracteriza exactamente el comportamiento del árbol bajo las condiciones reales de trabajo del mismo. No obstante tiene la limitante de no resolver la tarea directa de la dinámica de las máquinas, pues en este caso es necesario conocer las presiones hidráulicas y el torque y posteriormente determinar las cargas que actúan sobre el árbol de la maza superior para su chequeo.

Modelación del árbol superior sobre apoyos

Para la modelación del árbol superior del molino, se parte de los resultados obtenidos en el modelo propuesto en,<sup>3</sup> donde se tienen todas las cargas externas que actúan sobre el mismo. En este caso se considera el árbol cargado sobre apoyos y el software utilizado determina las reacciones en los apoyos, los gráficos de variación de momentos flectores, torsores y los desplazamientos.

En la figura 1 se muestra una representación del árbol superior modelado sobre apoyos con las cargas que actúan sobre el mismo. Los resultados gráficos de la variación de los momentos flectores, torsores y los desplazamientos se muestran en las figuras de la 2 a la 7, respectivamente.

### **Figura 1. Esquema de cargas modelado inicialmente**

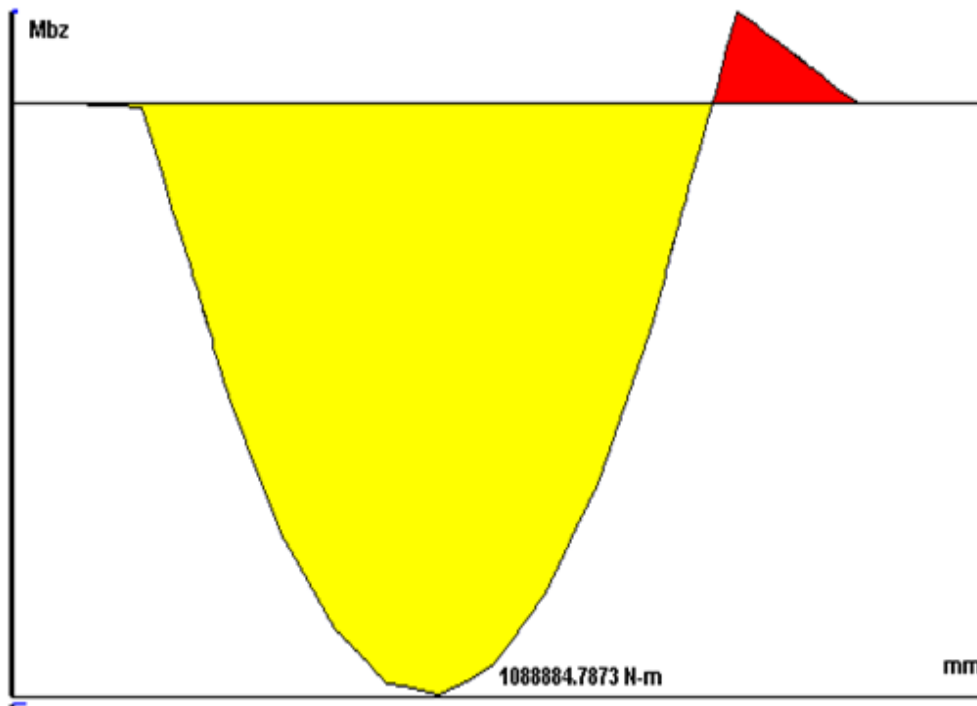
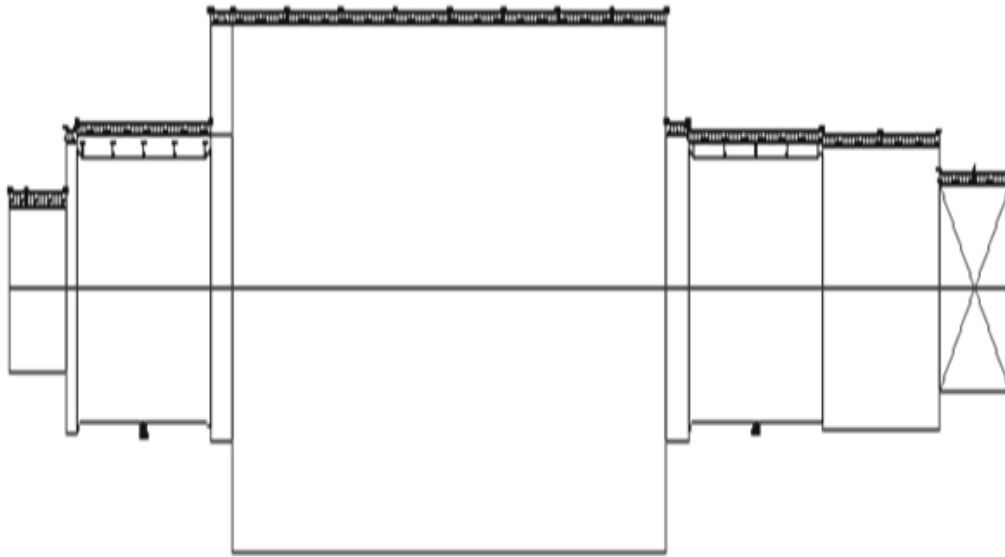


Figura 3. Momento Flector en el Plano XZ (Horizontal)

Figura 2. Momento Flector en el Plano XY (Vertical)

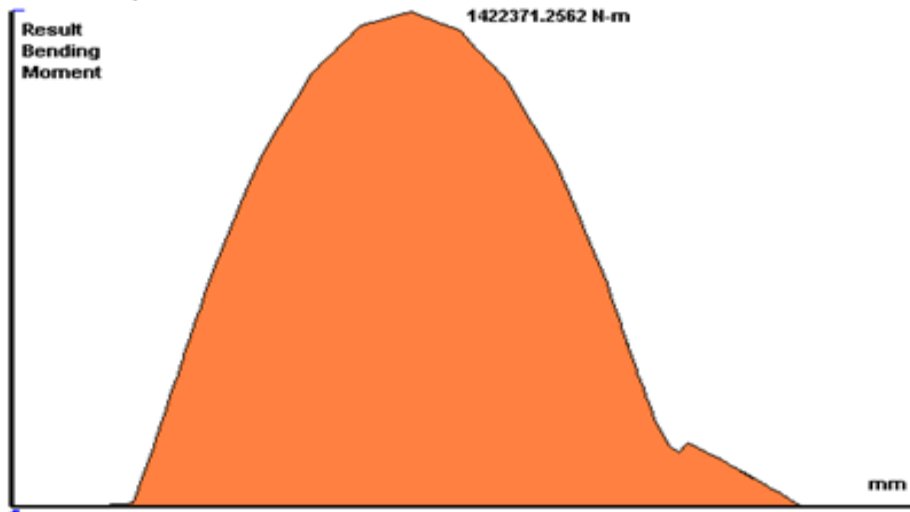
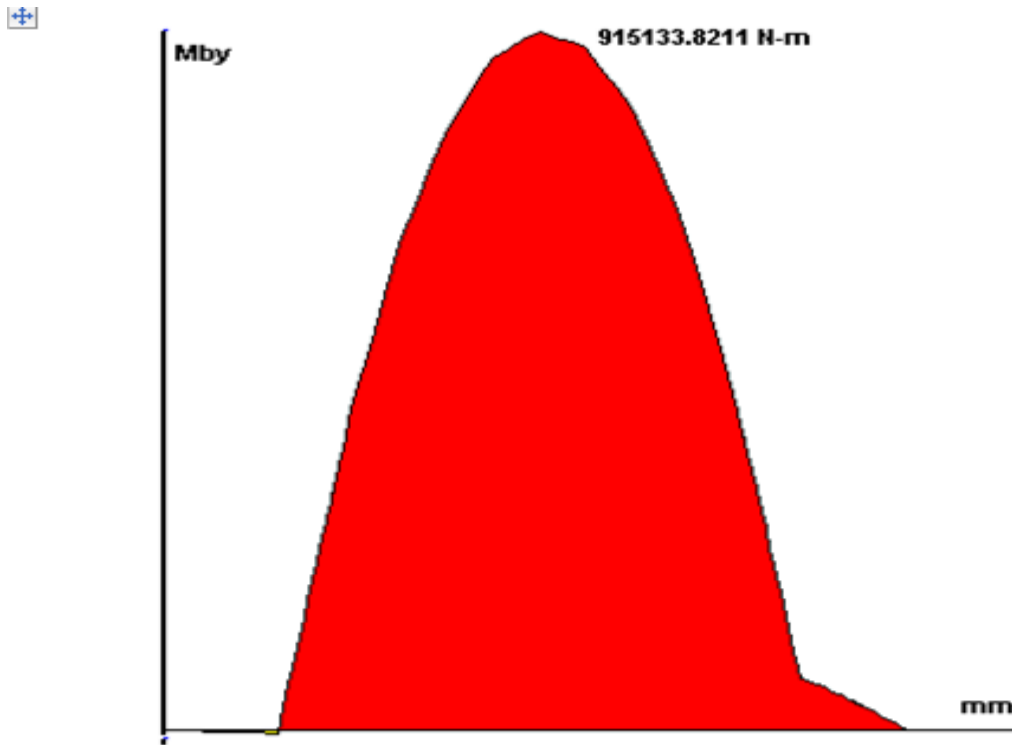


Figura 4. Momento Flector Resultante

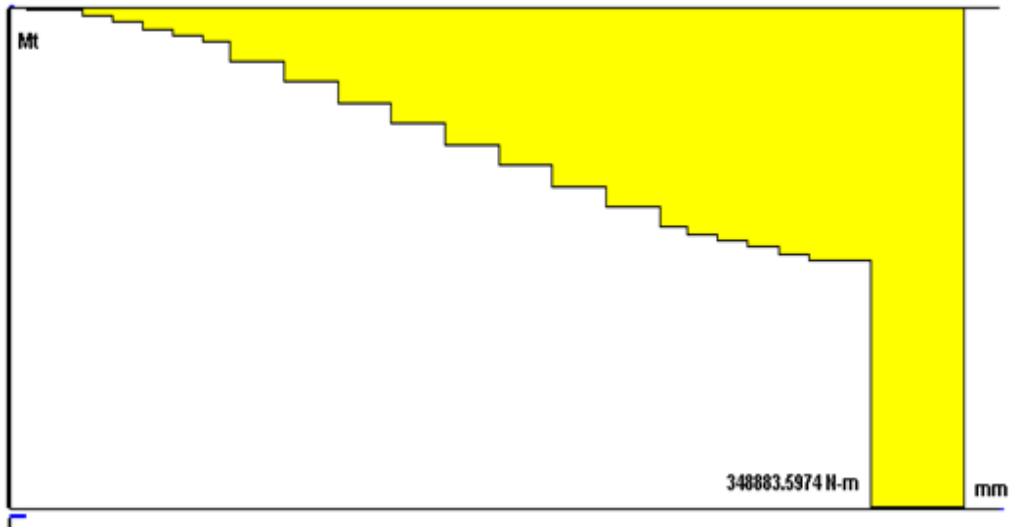


Figura 5. Momento Torsor

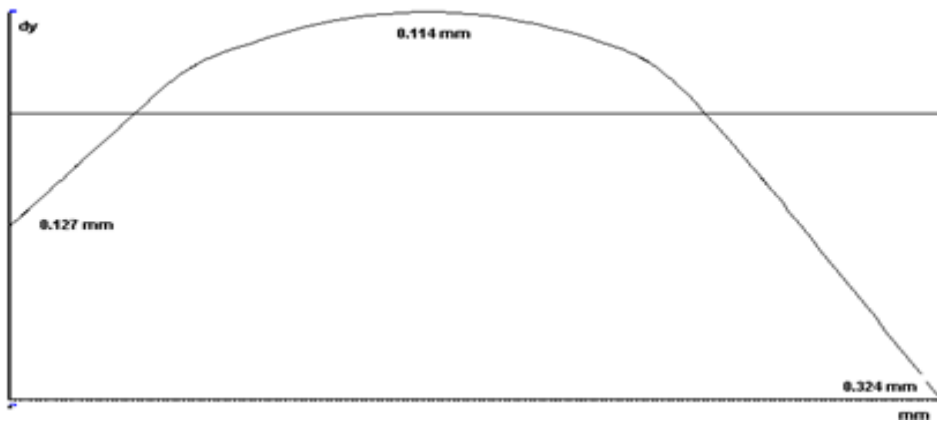
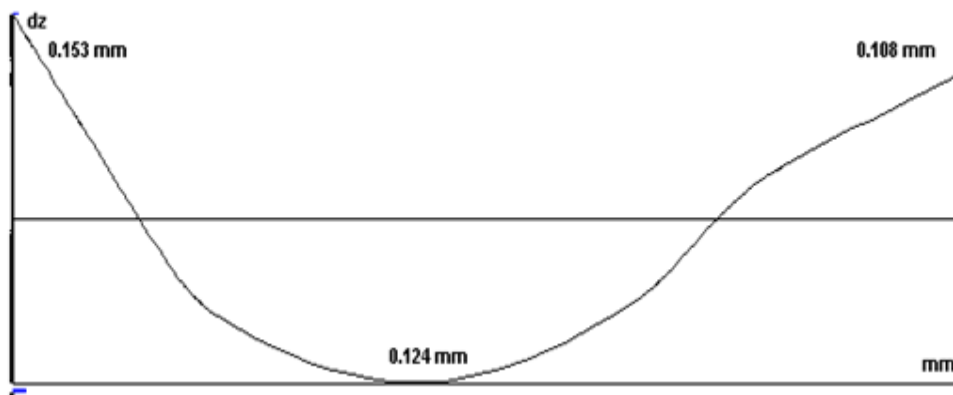


Figura 6. Desplazamientos en el Plano XY (Vertical)

Figura 7. Desplazamientos en el Plano XZ (Horizontal)

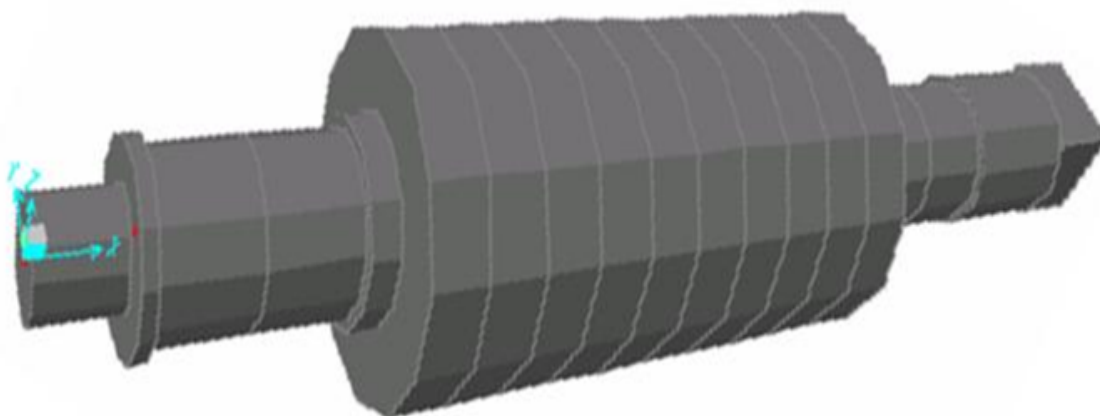


### **Modelación del árbol superior del molino de caña sobre una fundación elástica**

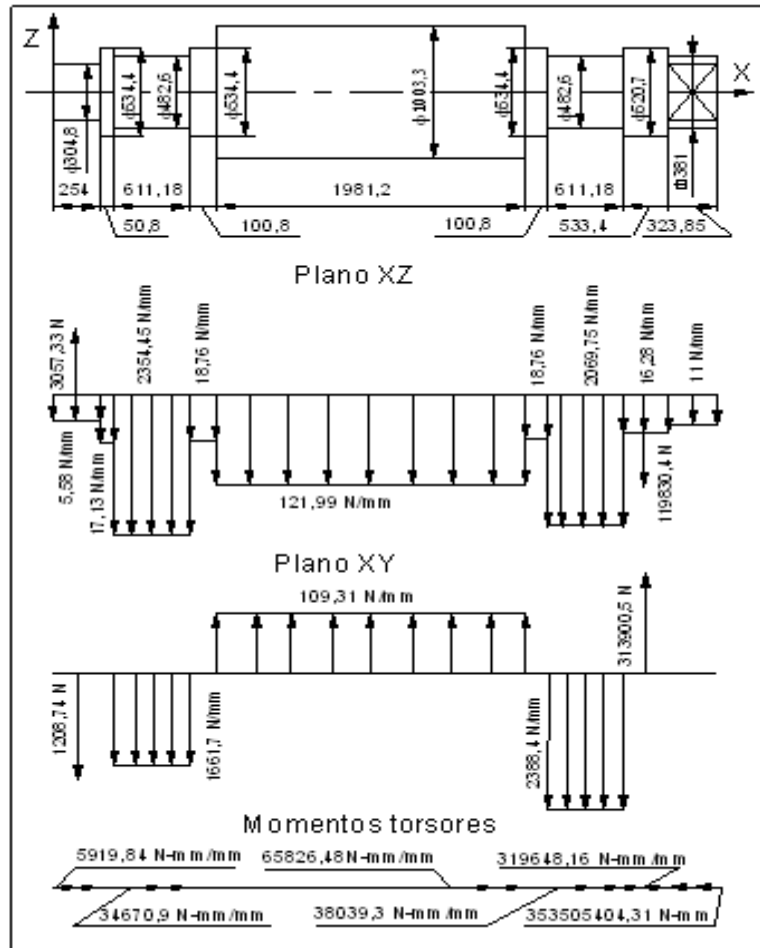
En el esquema de análisis propuesto por Arzola<sup>1</sup> se parte de obtener las cargas que actúan sobre el árbol superior a partir del valor de las presiones en cada extremo del árbol y del torque en el mismo, hasta obtener la reacción del bagazo sobre las mazas como una fuerza reactiva, considerando el árbol como una viga sobre fundación elástica. En el modelo que se propone en el presente trabajo se parte de considerar las fuerzas producto de la compresión del bagazo como las fuerzas de trabajo útil, en las condiciones óptimas de funcionamiento del molino, hasta obtener las presiones hidráulicas y el torque en el cuadrado del árbol. Con las cargas externas que actúan sobre el árbol superior, se procede a modelar el mismo, considerándolo apoyado sobre un fundamento elástico. En este caso se parte del árbol cargado y el coeficiente de rigidez de la fundación y el software brinda los gráficos de variación de los momentos flectores, torsores, fuerza cortante y los desplazamientos.

Para modelar el árbol superior del molino como una viga sobre fundación elástica se aplican como cargas externas, las obtenidas por el método desarrollado en el presente trabajo y se parte del modelo 3D del árbol mostrado en la figura 8.

El árbol fue dividido en 20 secciones para facilitar la colocación de las cargas y fundaciones elásticas. A partir de los resultados obtenidos por equilibrio en el modelo que se propone, el cual está compuesto por todas las cargas externas que actúan sobre el árbol superior, se determinan las componentes de todas las fuerzas en los planos **ZX** y **XY**, trasladándose las mismas al eje geométrico del árbol y adicionando el momento determinado por estas como se muestra en la Figura 9.



**Figura 8. Modelo 3D del conjunto árbol-maza superior del molino**



**Figura 9. Forma y dimensiones del conjunto árbol maza superior y esquema de cargas utilizado para la modelación**

Con la resultante en cada plano de las fuerzas normales producto de la compresión del bagazo se determina la relación de compresión equivalente en el plano correspondiente y por la siguiente expresión, .....<sup>6</sup> se determina el coeficiente de rigidez de la fundación en cada plano.

$$\alpha_r = \frac{5,88 \cdot 10^{-7} \left( 84,63 - 0,4318 \cdot Wh + 0,0062 \cdot Wh^2 + 4,354 \cdot M \right)}{C'_{eq}} \quad (1)$$

siendo:



$r_f$  - Coeficiente de rigidez de la fundación en MPa.  
 Wh - Por ciento de humedad.  
 M - Número del molino dentro del tandem.  
 Conociendo el valor del coeficiente de rigidez de la fundación y teniendo que, según Pisarenko<sup>8</sup>:

$$r_f \cdot wf = \text{Carga distribuida total lineal en N/mm.} \quad (2)$$

siendo:

$r_f$  - Coeficiente de rigidez de la fundación N/mm<sup>2</sup>.  
 wf - flecha en mm.

Según Herrera,<sup>1</sup> la carga distribuida total lineal se determina según la expresión:

$$rs = -ks \cdot bs \cdot ys \quad (3)$$

siendo:

rs - Reacción en el suelo (carga distribuida total lineal en N/mm).

bs - Ancho de la viga en mm.

ys - Flecha en mm.

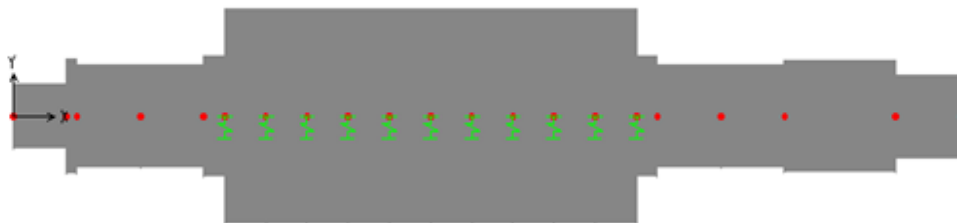
ks - Coeficiente que caracteriza la resistencia de la base en N/mm<sup>3</sup> (coeficiente de balasto).

Igualando las expresiones (2) y (3) se obtiene:

$$\alpha_f \cdot wf = ks \cdot bs \cdot ys$$

$$ks = \frac{\alpha_f}{bs}$$

Conociendo el valor de  $r_f$  para cada compresión equivalente y considerando que la presión en las mazas actúan en 1/10 del diámetro de la misma se determina el valor de  $ks$  para los dos planos. De esta forma se sustituye la reacción del bagazo por apoyos flexibles. La longitud de la maza se divide en 10 partes y se ubican 11 apoyos elásticos en los planos horizontal y vertical, que simulan el árbol apoyado sobre una fundación elástica. En la figura 10 se muestra el árbol superior representado en un plano con la distribución de los apoyos elásticos en la zona correspondiente a la reacción del colchón de bagazo.



**Figura 10. Árbol superior apoyado sobre fundación elástica**

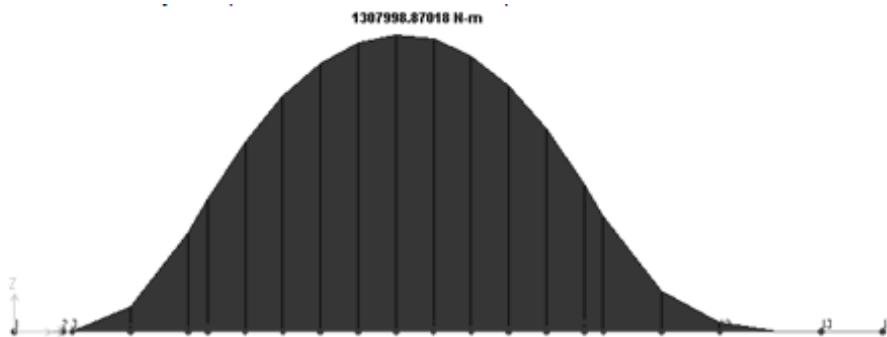
En la figura 11 se muestra una representación espacial del eje geométrico del árbol superior del molino apoyado sobre fundación elástica, con las fuerzas externas concentradas, las cuales están dadas por las componentes en cada plano de la fuerza en la coronita representada en el lado izquierdo y las componentes de las fuerzas en las coronas en cada plano, representadas en el extremo derecho. Las fuerzas distribuidas que actúan en cada sección del árbol en el plano correspondiente, están dadas por el peso propio del árbol en todas las secciones, las fuerzas en los collarines y las fuerzas producto de la fricción de rodadura en la superficie de la maza. Los apoyos elásticos que simulan la fundación elástica se sitúan en la superficie de la maza

que tiene contacto con el colchón de bagazo en los dos planos y los mismos equilibran el sistema de fuerzas.

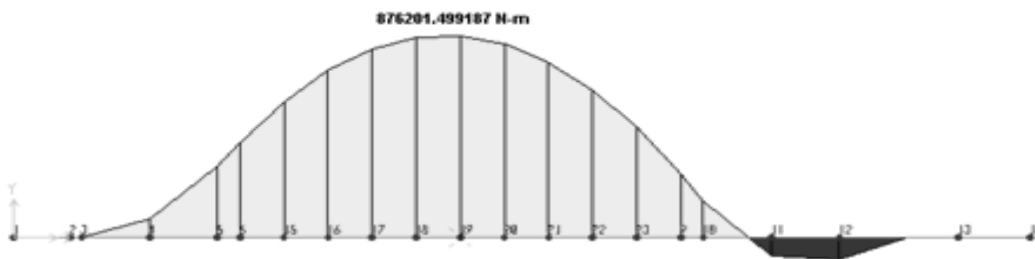


**Figura 11. Esquema de carga modelado sobre fundación elástica**

En las Figuras desde la 12 hasta la 16 se muestran los resultados gráficos de variación de momentos flectores, momentos torsores y desplazamiento, en ellos aparecen señalados los valores máximos.



**Figura 12. Distribución del Momento Flector en el Plano XY (Vertical)**



**Figura 13. Distribución del Momento Flector en el Plano XY (Horizontal)**

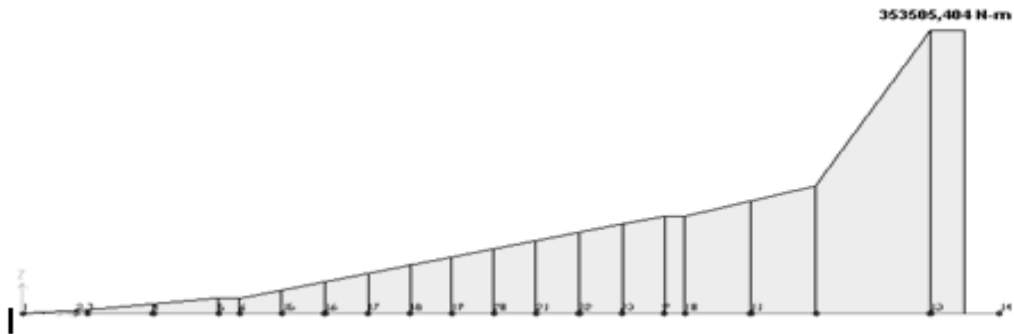


Figura 14. Distribución del Momento Torsor

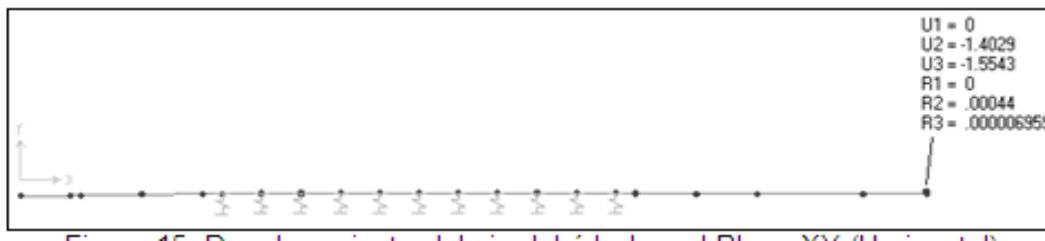


Figura 15. Desplazamiento del eje del árbol en el Plano XY (Horizontal)

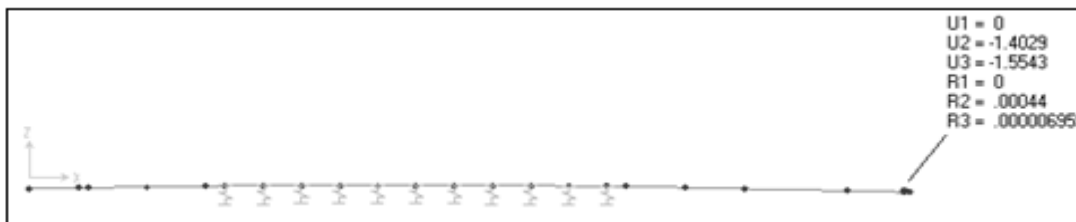


Figura 16. Desplazamiento del eje del árbol en el Plano XZ (Vertical)

Particularmente las Figuras 15 y 16 muestran el desplazamiento (traslación y desplazamiento) del árbol sobre fundación elástica, en el plano horizontal y vertical, respectivamente. Para obtener los valores de desplazamiento en un plano en particular, se toma el menor valor de desplazamiento (traslación) y se le resta a cada uno de los desplazamientos en cada punto del árbol, así se elimina la traslación del árbol y se obtienen los valores de desplazamiento. Los mayores desplazamientos en el árbol superior en los dos planos se encontraron en los extremos del mismo y son los siguientes:

Plano vertical <b>XZ</b>	P l a n o
Horizontal <b>XZ</b>	
Punto 1-0,36mm	Punto 1-0,33mm.
Punto 14-0,75mm	Punto 12-0,096mm.

Análisis comparativo de los resultados de la modelación del árbol superior

- La forma de los gráficos de momentos flectores son similares y los valores del momento flector resultante por ambos métodos se diferencian en un 9,6 %.

- Los valores de momento torsor son los siguientes:  
353246464,16 N-mm - Modelo propuesto en.<sup>3</sup>  
353505404,31 N-mm - Modelo sobre fundación elástica.

348883597,4 N-mm - Modelo sobre apoyos.

Siendo la mayor diferencia entre ellos de 1,3%.

- Los valores de los desplazamientos resultantes obtenidos en cada modelo no presentan grandes diferencias. La curva obtenida considerando el árbol sobre fundación elástica, describe la forma real de la flecha del árbol, bajo las condiciones de trabajo a las que se encuentra sometido. Este hecho se explica por las restricciones que generan los apoyos asignados en cuyos puntos la flecha del árbol es cero.

## Conclusiones

1. La comparación de los resultados obtenidos de la modelación del árbol superior para la posición horizontal de la maza superior con apoyos y sobre fundación elástica, demuestran que los momentos flectores y torsores son similares por ambos modelos. Sin embargo, los gráficos de los desplazamientos presentan diferencias. Demostrándose que las condiciones de apoyo son las que determinan la correspondencia entre el esquema de análisis y el fenómeno real.
2. El hecho de obtener un equilibrio entre las cargas que mantienen la maza superior en posición horizontal, por el modelo propuesto en este trabajo y la fundación elástica determinada por esta relación de compresión, demuestra que es posible obtener por equilibrio las cargas que mantienen la maza superior en posición horizontal, considerando la reacción del bagazo sobre la maza como una fuerza uniformemente distribuida.

## Bibliografía

1. Arzola de la Peña, N.: Esquema de análisis para los árboles de los molinos de caña de azúcar y aplicación de la Mecánica de la Fractura en la evacuación de la falla por fatiga, Tesis doctoral, 2004.
2. Espinosa Acevedo, A.: Esquemas de cargas de los árboles de los molinos de caña. Tesis de maestría, UCLV, 2000.
3. \_\_\_\_\_: Modelo matemático para describir el paso del bagazo por entre las mazas y las cargas que obran sobre los elementos de los molinos de caña de azúcar, Tesis doctoral, 2006.
4. Fernández Levy, Gilda S.: Investigación sobre el origen y desarrollo de la falla en árboles de molinos de centrales azucareros, 114 pp., UCLV, 1982.
5. Herrera, Edmundo N.: “Rotura de los guijos”, Memoria de la XXX Conferencia Anual de la A.T.A.C. La Habana, 1956.
6. Jenkins, G. H.: Introducción a la Tecnología de Azúcar de Caña. Editorial de Ciencia y Técnica, La Habana, 1971.
7. Muñoz, G. y Lewinski, I. J.: “Análisis del comportamiento mecánico de un molino de caña”, *International Sugar Journal*. Vol. 98. No. 1172, Agosto de 1996.
8. Pisarenko G. S. *et al. Manual de Resistencia de Materiales*, Editorial MIR, Moscú, 1985.