

## **Relación entre el diseño geométrico y la transferencia de calor en equipos de la industria azucarera**

Dr. Oscar M. Cruz Fonticiella, Universidad Central de Las Villas, Santa Clara, Cuba.

[ocf@uclv.edu.cu](mailto:ocf@uclv.edu.cu); [fonti\\_cu@yahoo.com](mailto:fonti_cu@yahoo.com)

Dr. Miguel Luis González Petit Jean, Universidad Veracruzana, Zona Xalapa, Veracruz, México, [mgonzalezpetitjean@yahoo.com.mx](mailto:mgonzalezpetitjean@yahoo.com.mx)

Dr. Vidal Rivera Báez, Universidad Veracruzana, Zona Xalapa, Veracruz, México, [weldinguv@yahoo.com](mailto:weldinguv@yahoo.com); [lavid@correoweb.com](mailto:lavid@correoweb.com)

### **Resumen**

Se vincula el diseño geométrico con la transferencia de calor en equipos evaporadores de jugos y tachos al vacío de la industria azucarera. Se utiliza el concepto de ligadura estandarizada y ligadura mínima permisible y su relación con el número de Nusselt, para la transferencia de calor en estos equipos.

**Palabras claves:** Diseño geométrico; evaporadores; tachos; Números de Nusselt.

### **Relationship between the geometric design and the sugar industry heat exchangers.**

#### **Abstract**

The geometric design is linked with the heat transfer in sugar juice evaporators and vacuum pans of the sugar industry. It is used the concept of standardized ligament and permissible minimum ligament and their relationship with the number of Nusselt, for the heat transfer in these equipments.

**Key words:** Geometric design; sugar juice evaporators; vacuum pans; Number of Nusselt.

### **Introducción**

Es objetivo de la Revolución Energética en Cuba disminuir los consumos tanto de portadores energéticos como de recursos materiales para la fabricación de equipamientos, entre otros, de transferencia de calor. La industria azucarera cuenta con numerosos de estos equipos, entre los que se encuentran los evaporadores de jugo y los tachos al vacío (1, 5, 11). Dichos evaporadores y tachos están formados por una pluralidad de tubos, dispuestos por lo general verticalmente, unidos en sus extremos mediante expansión contra placas de tubos, generalmente, dispuestos a tresbolillo (5). La ligadura en una placa de tubos es el material entre dos agujeros de los tubos en la

placa. Idealmente, todas las ligaduras en una placa de tubos serán exactamente del mismo tamaño (11). Sin embargo, debido a la variación en el tamaño del agujero producto de la tolerancia y también debido a los errores en el posicionamiento del centro de los agujeros puede haber ligaduras que son más pequeñas que la ligadura teóricamente calculada. Si se encuentra que en una placa de tubos particular una o más ligaduras son más pequeñas que las otras no se debe rechazar la placa de tubos y todo el trabajo hecho en ella. Rechazarla ocasionaría gastos en recursos materiales y elevación innecesaria de los costos. Se ha investigado poco (1, 5, 6, 11) sobre la vinculación entre estas ligaduras y la transferencia de calor, particularmente la determinación de los criterios adimensionales necesarios para el diseño térmico de este equipamiento. Los autores (2) se propusieron la tarea de buscar una correlación entre las ligaduras de las placas de tubos y el número de Nusselt, apoyados en herramientas (9) de análisis de regresión. El fenómeno es complejo, no-lineal y abunda poco en la literatura consultada.

## **Desarrollo**

La asociación que se encarga de trazar las pautas en las ligaduras aceptables mínimas en las placas de tubos es la TEMA (Tubular Exchanger Manufacturers Association)(12). Desgraciadamente, sus recomendaciones sólo llegan hasta tubos de 50,8 mm de diámetro exterior, de manera que se necesita extrapolar para tubos de diámetro 102 mm. Para ello, Sugartech (11) desarrolló una tabla y correlaciones para las ligaduras estandarizadas y mínimas permisibles en estos equipos.

### **Ligaduras estandarizadas**

El 96% de las ligaduras serán mayores que

$$l_{std} = p - d_h - (0.08128 \cdot t / d_t + 0.762) \quad (1)$$

donde  $p$  = Paso del agujero del tubo, mm;  $d_h$  = Diámetro máximo para el agujero del tubo, mm;  $t$  = espesor de la placa de tubos en mm;  $d_t$  = Diámetro exterior del tubo, mm.

También, si se conoce la tolerancia del taladro:

$$tol_{dd} = 0,04064 \cdot t / d_t \quad (2)$$

$$l_{std} = p - d_{max} - (2 \cdot tol_{dd} + 0.762 \text{ mm}) \quad (3)$$

### **Ligadura mínima permisible**

Ninguna ligadura será inferior a:

$$l_{g_{\min}} = 0.0010465 + 0.5067383 \cdot (p - d_h) \quad (4)$$

Los factores en la fórmula anterior provienen de una regresión lineal de los datos de la tabla anterior.

### **Ejemplos ilustrativos**

#### *1 ) Evaporador Kestner*

En este ejemplo se considera un tipo de tubo de evaporador Kestner:

Espesor de la placa de tubos:  $t = 25 \text{ mm}$

Diámetro exterior del tubo:  $d_t = 50.8 \text{ mm}$

Diámetro máximo agujero para el tubo:  $d_h = d_{\max} = 51.48 \text{ mm}$

Paso del agujero del tubo:  $p = 70 \text{ mm}$

Tolerancia del taladro:

$$tol_{dd} = 0,04064 \cdot t / d_t$$

$$tol_{dd} = 0,02032 \text{ mm}$$

Ligadura estándar:

$$\begin{aligned} l_{std} &= p - d_h - (0,08128 \cdot t / d_t + 0,762) = \\ &= 70 \text{ mm} - 51,48 \text{ mm} - (0,08128 \text{ mm} \cdot 25 \text{ mm} / 50,8 \text{ mm} + 0,762 \text{ mm}) = \\ &= 17,718 \text{ mm} \approx 17,72 \text{ mm} \end{aligned}$$

También, si se conoce la tolerancia del taladro:

$$tol_{dd} = 0,04064 \cdot t / d_t$$

$$\begin{aligned} l_{std} &= p - d_{\max} - (2 \cdot tol_{dd} + 0,762 \text{ mm}) \\ &= 70 \text{ mm} - 51,48 \text{ mm} - (2 \cdot 0,02032 + 0,762 \text{ mm}) \end{aligned}$$

$l_{std} = 17.72 \text{ mm}$  ¿Qué número de Nusselt se requerirá para esta ligadura estándar?

Ligadura mínima:

$$l_{\min} = 0,0010465 \text{ mm} + 0,5067383 \cdot (p - d_{\max})$$

$$l_{\min} = 0,0010465 \text{ mm} + 0,5067383 \cdot (70 - 51,48)$$

$l_{\min} = 9.38 \text{ mm}$  ¿Qué número de Nusselt se requerirá para esta ligadura mínima?

#### *2 ) Tacho al vacío*

En este ejemplo se considera un tipo de tubo de tacho al vacío de 101,6 mm (4 pulgadas):

Espesor de la placa de tubos:

$$t = 25 \text{ mm}$$

Diámetro exterior del tubo:

$$d_t = 4 \text{ in}$$

$$d_t = 101.6 \text{ mm}$$

Diámetro máximo agujero para el tubo:

$$d_{\max} = 102.63 \text{ mm}$$

Paso del agujero del tubo:

$$p = 120 \text{ mm}$$

Tolerancia del taladro:

$$\text{tol}_{dd} = 0.04064 \cdot t / d_t$$

$$\text{tol}_{dd} = 0,04064 \text{ mm} \cdot 25 \text{ mm} / 101,6 \text{ mm} = 0,01 \text{ mm}$$

Ligadura estándar:

$$l_{\text{std}} = p - d_{\max} - (2 \cdot \text{tol}_{dd} + 0.762) =$$

$$= 120 \text{ mm} - 102,63 \text{ mm} - (2 \cdot 0,01 \text{ mm} + 0,762 \text{ mm}) =$$

$$l_{\text{std}} = 16,59 \text{ mm}$$

Ligadura mínima:

$$l_{\min} = 0.0010465 \text{ mm} + 0.5067383 \cdot (p - d_{\max}) =$$

$$= 0,0010465 \text{ mm} + 0,5067383 \cdot (120 \text{ mm} - 102,63 \text{ mm})$$

$$l_{\min} = 8,80 \text{ mm}$$

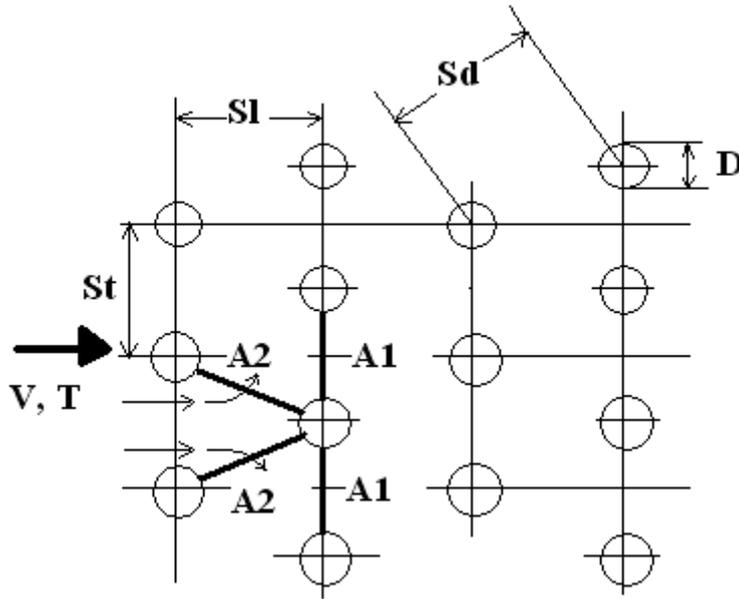
Es sabido que del estudio del flujo externo a través de las bancadas o haces de tubos, se obtiene un mayor valor del coeficiente de transferencia de calor por fuera de los tubos si el paso relativo, tanto longitudinal como transversal disminuyen y, por tanto, disminuye la ligadura. Para ello, se trabajan con tablas para determinar las constantes de las ecuaciones del número de Nusselt:

$$N_{UD} = C_1 \cdot \text{Re}_{D,\max}^m \quad (5)$$

La ecuación anterior es para flujo de aire a través de bancadas o haces de tubos compuestos de 10 o más hileras de tubos ( $N_L \geq 10$ ); también para un número de Reynolds:  $2\,000 < \text{Re}_{D,\max}^m < 40\,000$  y un número de Prandtl,  $P_r = 0,7$ , siendo:

$$\text{Re}_{D,\max} = \rho \cdot V_{\max} \cdot D / \mu \quad (6)$$

Donde  $\rho$  = Densidad del fluido,  $\text{kg/m}^3$  (Anexos) ;  $\mu$  = Coeficiente dinámico de la viscosidad del fluido,  $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ;  $V_{\max}$  = Velocidad máxima del fluido,  $\text{m/s}$ , que ocurre en el plano transversal  $A_1$ , que es precisamente la ligadura de la placa de tubos, en la disposición alineada, Figura 1:



**Figura 1. Disposición escaqueada de los tubos. Ligaduras A<sub>1</sub> y A<sub>2</sub>.**

De acuerdo a Incropera y otros autores (3, 4, 6), para esta disposición, la velocidad máxima ocurre misma en el plano transversal A<sub>1</sub> que en el plano diagonal A<sub>2</sub> que aparecen en la Figura 1. Ocurrirá en A<sub>2</sub> si las hileras de tubos están espaciadas de manera que se cumpla la condición:

$$2(S_D - D) < (S_T - D) \quad (7)$$

Siendo el factor de 2 debido a la bifurcación que se produce en el fluido cuando se mueve de la ligadura A<sub>1</sub> a las ligaduras A<sub>2</sub>. La velocidad máxima V<sub>max</sub> se producirá en la ligadura A<sub>2</sub> si se cumple la condición:

$$S_D = \left[ S_L^2 + \left( \frac{S_T}{2} \right)^2 \right]^{1/2} < \frac{S_T + D}{2} \quad (8)$$

En cuyo caso dicha velocidad se expresa como:

$$V_{\max} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V \quad (9)$$

Si la velocidad máxima se produjera en la ligadura A<sub>1</sub> para la configuración escaqueada, puede ser calculada mediante:

$$V_{\max} = \frac{S_T}{S_T - D} V \quad (10)$$

Del análisis de regresión de la Tabla 7.5 del Incropera (3) y utilizando el Oakdale Engineering, Software Data Fit, Version 7.1 (9), se obtiene la siguiente correlación de C<sub>1</sub> en función de las variables S<sub>L</sub>/D y S<sub>T</sub>/D:

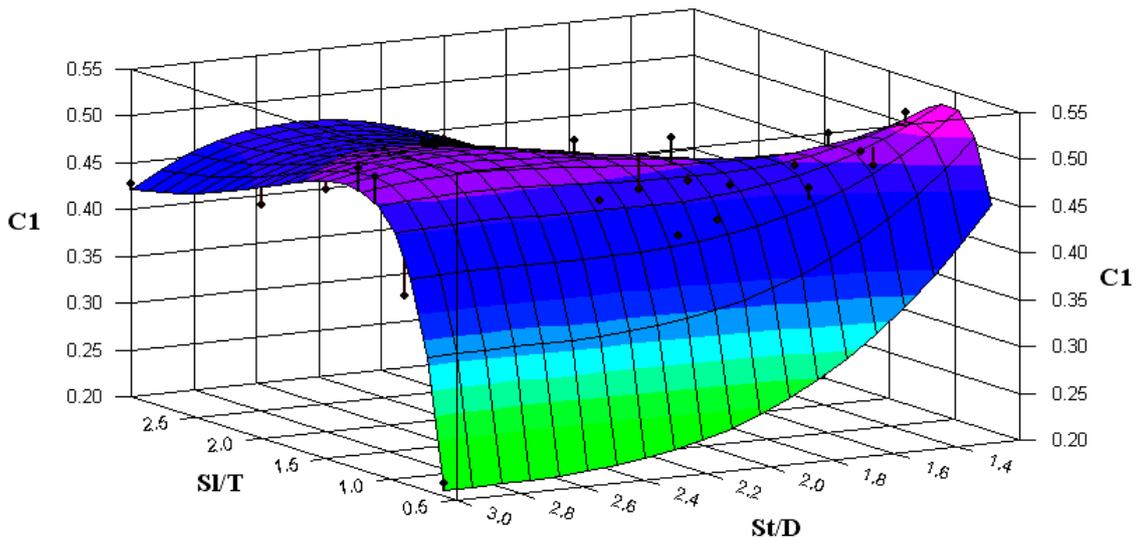
$$C_1 = a + b.(S_L/D) + c.(S_T/D) + d.(S_L/D)^2 + e.(S_T/D)^2 + f.(S_L/D).(S_T/D) + \\ + g.(S_L/D)^3 + h.(S_T/D)^3 + i.(S_L/D).(S_T/D)^2 + j.(S_L/D)^2 .(S_T/D)$$

Coefficiente  $R^2 = 0,977$

**Variable Valor**

a	1.142481383
b	-0.8204153716
c	-0.8472511342
d	-0.2809642096
e	0.3514864052
f	0.7948446381
g	0.2022652339
h	-0.04797731562
i	-0.1489623749
j	-0.06115166637

En la Figura 2, se aprecia la representación espacial de esta correlación:



**Figura 2. Constante  $C_1$  en función de los pasos relativos de los tubos  $S_L/D$  y  $S_T/D$ .**

Probando la ecuación con  $(S_L/D) = 1,25$  y  $(S_T/D) = 1,25$  que son los pasos relativos mínimos para la disposición alineada de la Tabla 7.5 del Incropera:

$C_1 = 0,510$ . Comparando con el valor para los pasos relativos *mínimos* que aparece en la Tabla 7.5 del Incropera:  $C_1' = 0,518$ ; el error relativo es  $\% = [(0,518-0,510)/0,518] \times 100 = 1,54 \%$ . Probando la ecuación con  $(S_L/D) = 3,00$  y  $(S_T/D) = 3,00$  que son los pasos relativos máximos para la disposición alineada de la Tabla 7.5 del Incropera (3):

$C_1 = 0,422$ . Comparando con el valor para los pasos relativos *máximos* que aparece en la Tabla 7.5 del Incropera:  $C_1' = 0,428$ ; el error relativo disminuye a:

$$\% = [(0,428-0,422)/0,428] \times 100 = 1,40 \%$$

Del análisis de regresión de la Tabla 7.5 del Incropera (3) y utilizando, nuevamente, el Data Fit, Version 7.1 (9), se obtiene la siguiente correlación del exponente **m** en función de las variables  $S_L/D$  y  $S_T/D$ :

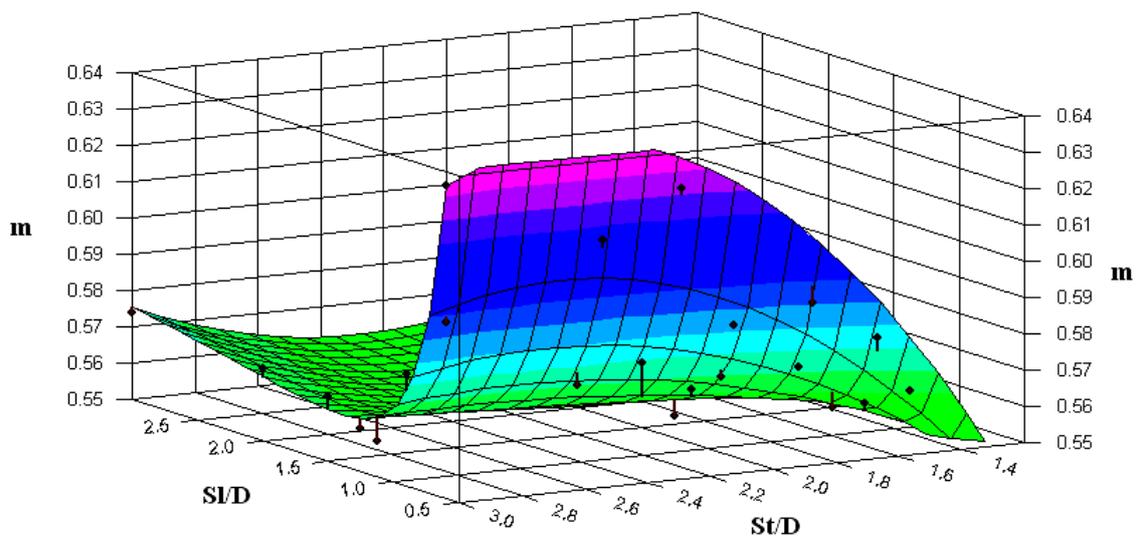
$$m = a + b/(S_L/D) + c.(S_T/D) + d/(S_L/D)^2 + e.(S_T/D)^2 + f.(S_T/D)/(S_L/D) + g/(S_L/D)^3 + h.(S_T/D)^3 + i.(S_T/D)^2/(S_L/D) + j.(S_T/D)/(S_L/D)^2$$

Coefficiente  $R^2 = 0,9568$ .

**Variable      Valor**

a	0.8223039605
b	-0.3541485808
c	-0.2175669498
d	0.01567530491
e	0.04877473095
f	0.2625094887
g	0.001831540489
h	-0.0002054100018
i	-0.0601733266
j	0.01938063106

En la Figura 3, también, se aprecia la representación espacial de esta correlación para **m**:



**Figura 3. Exponente m en función de los pasos relativos de los tubos  $S_L/D$  y  $S_T/D$ .**

Probando la ecuación con  $(S_L/D) = 1,25$  y  $(S_T/D) = 1,25$  que son los pasos relativos mínimos para la disposición escaqueada de la Tabla 7.5 del Incropera (3):

$m = 0,557$ . Comparando con el valor para los pasos relativos *mínimos* que aparece en la Tabla 7.5 del Incropera (3):  $m' = 0,556$ ; el error relativo es  $\% = [(0,557-0,556)/0,557] \times 100 = 0,18 \%$ . Probando la ecuación con  $(S_L/D) = 3,00$  y  $(S_T/D) = 3,00$  que son los

pasos relativos máximos para la disposición alineada de la Tabla 7.5 del Incropera (3):

$m = 0,575$ . Comparando con el valor para los pasos relativos *máximos* que aparece en la Tabla 7.5 del Incropera (3):  $m' = 0,574$ ; el error relativo es  $\% = [(0,575-0,574)/0,575] \times 100 = 0,17 \%$ . Para extender este resultado a otros fluidos, además del aire, como es el caso de sustancias azucaradas, se inserta el factor  $1,13P_r^{1/3}$ , quedando Nusselt como:

$$N_{UD} = 1,13.C_1. Re_{D,max}^m P_r^{1/3} \quad (11)$$

La ecuación anterior es para flujo de otros fluidos, además del aire, a través de bancadas o haces de tubos compuestos de 10 o más hileras de tubos ( $N_L \geq 10$ ); también para un número de Reynolds:  $2\,000 < Re_{D,max}^m < 40\,000$  y un número de Prandtl,  $P_r = 0,7$ .

Todas las propiedades que intervienen en las ecuaciones anteriores (5-11) se evalúan a la temperatura de la película,  $T_f$ ; siendo ésta:

$$T_f = (T_s + T_\infty)/2 \quad (12)$$

En donde  $T_s$  = temperatura de la superficie exterior del tubo, °C; y  $T_\infty$  = temperatura de la corriente libre del fluido que rodea a los tubos, °C.

Si el número de tubos fuera menor de 10,  $N_L < 10$ , se puede aplicar otro factor de corrección  $C_2$ , que aparece en la Tabla 2, de manera que se cumpla:

$$N_{UD(N_L < 10)} = C_2 N_{UD(N_L \geq 10)} \quad (13)$$

**Tabla 1. Factor de corrección  $C_2$  de la ecuación (9) para  $N_L < 10$ \***

$N_L$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Alineados</b>	0,64	0,80	0,87	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99
<b>A tresbolillo</b>	0,68	0,75	0,83	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99

- Tomada de la Tabla 7.6, Incropera, pág. 344, Ref (3).

Respondiendo a la pregunta que anteriormente se hacía con respecto al número de Nusselt: En el caso del evaporador Kestner, las ligaduras estándar y mínima ( $l_{std} = 17,68$  mm;  $l_{min} = 9,38$  mm) que existen para los pasos relativos  $(S_L/D) = (70/50,8) = 1,38$  y  $(S_T/D) = (70/50,8) = 1,38$  requieren el conocimiento del número de Nusselt. Aplicando el método anterior: no se cumplen las condiciones (7) y (8), por tanto la velocidad máxima se calculará mediante (10). Asumiendo una velocidad del fluido a la entrada del

evaporador de  $V = 6$  m/s, la velocidad máxima será  $V_{\max} = 21,88$  m/s;  $Re_{\max} = 95\ 164$ ; para el caso del vapor de agua,  $N_{UD} = 235$ ; y, por tanto, se podrá construir con una ligadura estándar  $l_{\text{std}} = 17,68$  mm y una ligadura mínima  $l_{\text{mín}} = 9,38$  mm.

## Conclusiones

1. Se pueden garantizar relativamente altos números de Nusselt, sin violar las ligaduras tanto estándar como mínimas permisibles de los agujeros de las placas de tubos en el caso de los equipos evaporadores de jugo y tachos al vacío de la industria azucarera.
2. En las Figuras 2 y 3 se aprecia una fuerte dependencia no-lineal entre la constante  $C_1$  y los pasos relativos de los tubos  $S_L/D$  y  $S_T/D$  (Figura 2) así como entre el exponente  $m$  en función de los pasos relativos de los tubos  $S_L/D$  y  $S_T/D$ .
3. También, los autores, empleando softwares como el Microsoft Office Excel 2003, y las referencias (6, 7, 9 y 11), calcularon todos los parámetros anteriores. El software mencionado aparece en el Anexo, Figura 6 y está a disposición de los lectores, previo contacto con los autores del trabajo.

## Fuentes de referencias consultadas

1. Baloh, T., Wittwer, E. **Energy Manual for Sugar Factories**, 2nd edition, Bartens, Verlag, Dr. Albert Bartens, Berlin, 1995.
2. Cruz Fonticiella, O.M., González Petit Jean, M.L., Rivera Báez, V. “**Análisis de regresión en turbogeneradores de la industria azucarera**”, Centro Azúcar, ISSN 0253-5777, No.2, Abril-Junio 2008.
- 3.- Gabriel García, U., Cruz Fonticiella, O.M, Moya Rodríguez, J.L, **Análisis multicriterial de intercambiadores de calor**, Tesis Doctoral en preparación, Universidad Central de Las Villas, 2006.
- 4.- Gabriel García, U., Cruz Fonticiella, O.M, Moya Rodríguez, J.L, **Optimización exergoeconómica de intercambiadores de calor de tubo y coraza**, Centro Azúcar, Abril-Mayo 2006, No 3, Vol. 33, ISSN: 0253-5777.
5. Hugot, Emile. **Handbook of cane sugar engineering**, Sugar Series 7, ISBN: 0-444-42438-5, 1186 págs., Elsevier, Amsterdam, 1986.
6. Incropera, F.R., **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**, University of Purdue, New York, Ed. John Wiley and Sons, 1993.
7. Keenan, J.H and Keyes, F.G., **Steam Tables: Thermodynamic Properties of Water Including Vapor, Liquid, and Solid Phases in SI Units**, 2<sup>nd</sup> Ed. 1978, Reprint Ed. 1992.

8. Meade, G. P; Spencer. E. F., **Cane Sugar Handbook**, Ninth Edition, 1963, John Wiley & Sons, Inc.
9. Oakdale Engineering, **Software Data Fit, Version 7.1**, Copyright 1995-2001.
10. Peacock, S. D. **Selected Physical Properties of Sugar Factory Process Streams**, Sugar Milling Research Institute, Technical Report No. 1714, date: 3 May 1995.
11. **Sugar Factory Tubes Sheet Ligaments**, Mon, 12 February 2007, The Sugar Engineers Library, <http://www.sugartech.index.php>
- 12.- TEMA, **Standards of the Tubular Exchanger Manufacturers Association Inc.**, Eight Edition, Copyright 1999, 25 North Broadway, Tarrytown, New York, 10591, Richard C. Byrne, Secretary, [www.tema.org](http://www.tema.org)

## **ANEXOS**

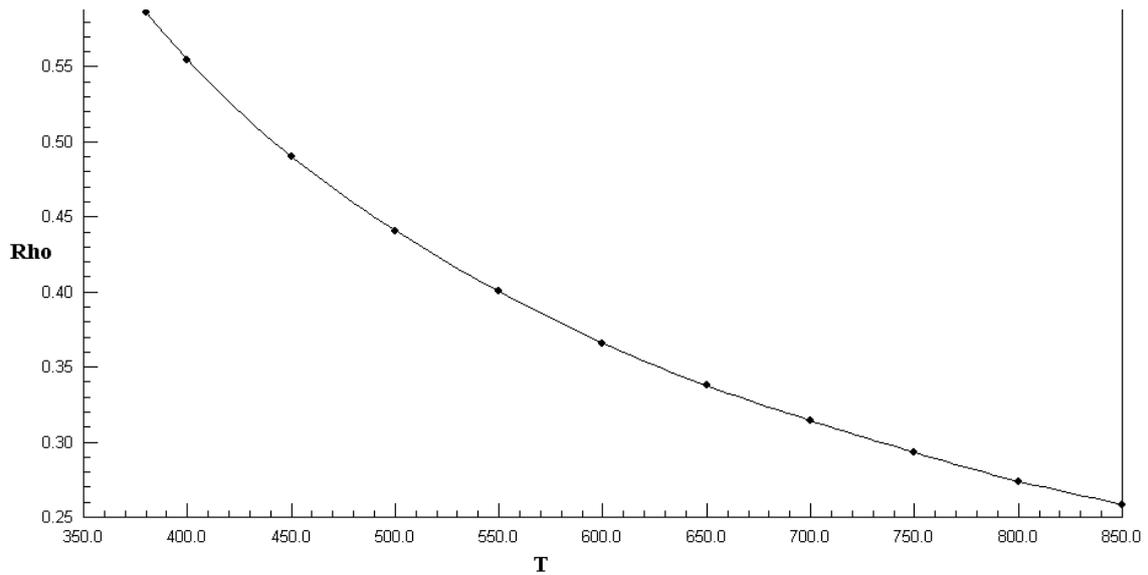
### **Densidad del vapor de agua en función de la temperatura absoluta**

$$\rho = a.T^9 + b.T^8 + c.T^7 + d.T^6 + e.T^5 + f.T^4 + g.T^3 + h.T^2 + i.T + j$$

#### **Variable      Valor**

a	-8.805107054E-024
b	4.534595634E-020
c	-1.022953011E-016
d	1.326713504E-013
e	-1.090625599E-010
f	5.899438501E-008
g	-2.104389268E-005
h	0.0047935754
i	-0.6385824928
j	39.13772165

Coeficiente de determinación múltiple:  $R^2 = 0,999$ .



**Figura 4. Densidad del vapor de agua,  $\rho$ , kg/m<sup>3</sup>, en función de la temperatura absoluta, T, K.**

**Viscosidad dinámica del vapor de agua en función de la temperatura absoluta**

$$\mu = a.T^9 + b.T^8 + c.T^7 + d.T^6 + e.T^5 + f.T^4 + g.T^3 + h.T^2 + i.T + j$$

**Variable Valor**

a	-7.989088366E-029
b	4.605592081E-025
c	-1.177023387E-021
d	1.747010897E-018
e	-1.656341971E-015
f	1.038186589E-012
g	-4.293958939E-010
h	1.128198725E-007
i	-1.702743066E-005
j	0.001129723963

Coeficiente de determinación múltiple:  $R^2 = 0,999$ .

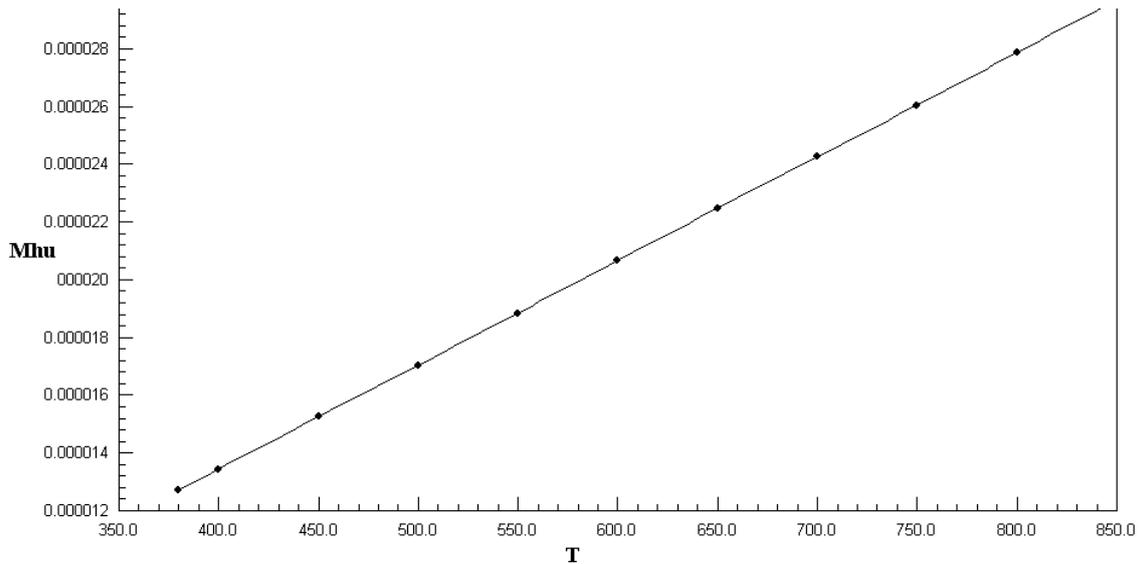


Figura 5. Viscosidad dinámica, Pa.s, del vapor de agua, en función de la temperatura absoluta, T, K.

	A	B	C	D	E
1	Cálculo de C1				
2	Paso relativo transversal S1				1.38
3	Paso relativo longitudinal S2				1.38
4	C1				0.48309144
5	Cálculo de m				0.56022118
6	Temperatura vapor, °C				120
7	Temperatura, K				393.15
8	Densidad vapor, kg/m3				0.56472965
9	Viscosidad dinámica vapor, Pa.s				1.3189E-05
10	Condición 2(SD-D)				1.5118
11	Condición (ST-D)				0.7559
12	Condición SD				3.08118987
13	Condición (ST+D)/2				2.37795
14	Velocidad fluido entrada al evaporador, m/s				6
15	Velocidad máxima ligamento A1, m/s				21.8751158
16	Re máximo				95163.7999
17	Nusselt aire, Nud				297.217687
18	Nusselt otras sustancias				235.099191
19					
20	Evaporador Kestner				
21	Espesor de la placa de tubos, t, en plg				1
22	Diámetro exterior del tubo, d, en plg				2
23	Diámetro máximo agujero para el tubo, dmax, en				2.02677
24	Paso del agujero del tubo, p, en plg				2.7559
25	Tolerancia del taladro, tolDD, en plg				0.0016
26	Ligadura estándar, lstd, en plg				0.69593
27	Ligadura estándar, lstdp, en mm				17.676622
28	Paso relativo longitudinal SL/D				1.37795
29	Paso relativo transversal ST/D				1.37795
30	Ligadura mínima, lmin, en mm				9.38579016

Figura 6. Tabla de cálculos EXCEL para vincular el número de Nusselt y las ligaduras estándar y mínimas en equipos de transferencia de calor.

