

# SÍNTESIS DE ESQUEMAS DE COCCIÓN EN FABRICACIÓN DE AZÚCAR: EL ENFOQUE DE RED DE ESTADOS Y AREAS. MODELO MATEMÁTICO

**Raúl Sabadí Díaz \***, Leopoldo Rostgaard Beltran, Empresa Azucarera  
"Camilo Cienfuegos", Santa Cruz del Norte, La Habana  
**Bishnu Das**, Centre for Process System Engineering, Imperial College of  
Science, Technology and Medicine, Prince Consort Road, London

Recibido: 5/Mayo/2005

Aprobado: 13/Noviembre/2005

En un trabajo anterior<sup>3</sup> se describe el uso de un nuevo enfoque para la síntesis de esquemas de cocción en la industria azucarera, el de la representación EON desarrollada por Graells y colaboradores.<sup>1</sup> En aquel trabajo, y en todos los anteriores, se usa el enfoque de la simulación pues se parte de una asignación previa de tareas a equipos. En este trabajo se utiliza el enfoque de la síntesis de procesos por optimización directa ya que no hay asignación previa de tareas a equipos, siendo el modelo matemático el encargado de establecer esta asignación. En esta primera parte se describe el enfoque de red de estados y tareas (STN) propuesto por Kondili y colaboradores.<sup>2</sup>

Palabras clave: Azúcar, cocción de azúcar, esquemas de cocción, modelación, planificación, síntesis de procesos.

## ***Synthesis of outlines of cooking in production of sugar: the focus of net of states and tasks. Mathematical model***

A former job dealing with the scheduling of operations (synthesis of boiling schemes) in raw sugar production from cane has been done using a simulation approach (3). Tasks were assigned to the available equipment before the scheduling analysis was done with a simulation approach.<sup>1</sup> Now, a direct optimization approach is used for the synthesis of boiling schemes in raw sugar production. This approach, described by Kondili *et al.*,<sup>2</sup> is based on the state task network representation (STN) and allows studying the production strategy without assigning, a priori, tasks to equipment. In this first part of the paper, the mixed integer linear programming (MILP) model is described.

Key words: Sugar, sugar boiling, boiling schemes, modeling, scheduling, process synthesis

\* Instituto Cubano de Investigaciones de los Derivados de la Caña de Azúcar. Apartado 4026, La Habana 10400, Cuba. E-mail: [raul.sabadi@icidca.edu.cu](mailto:raul.sabadi@icidca.edu.cu)

## INTRODUCCIÓN

En un trabajo anterior referido a esta temática<sup>3</sup> se explica la necesidad del uso de modelos matemáticos para la síntesis de esquemas de cocción en la industria azucarera. En ese trabajo se usó el software UNISIM para simular el caso de un ingenio azucarero en producción de azúcar crudo, mostrando la factibilidad del uso de un nuevo enfoque en este problema, el de la representación EON desarrollada por Graells y colaboradores.<sup>1</sup> Se incluyeron en el análisis los perfiles de utilización de materias primas, materiales intermedios, vapor y electricidad.

En ese trabajo, y en todos los anteriores, se parte de una asignación de tareas a equipos previa al análisis usándose el enfoque de la simulación. En este trabajo se utiliza el enfoque de la optimización para la síntesis de procesos ya que no hay asignación previa de tareas a equipos, siendo el modelo matemático el encargado de establecer esta asignación. Para ello se usa el enfoque de red de estados y tareas (STN) propuesto por Kondili y colaboradores.<sup>2</sup>

## MATERIALES Y MÉTODOS

### La red de estados y tareas (STN)

Una red de estados y tareas tiene dos tipos de nodos: los “estados”, que representan materias primas, productos intermedios y finales y las “tareas”, que representan a las operaciones que transforman el material de uno o varios “estados” de entrada a uno o varios “estados” de salida. Esta representación es adecuada para redes de tareas continuas, semi-continuas y discontinuas (batch) y se cumple que:

- Una tarea puede tener tantos estados de entrada o salida como materiales diferentes existan.
- Dos o más corrientes que entran al mismo “estado” son necesariamente de igual calidad.

La mezcla de corrientes diferentes debe ser representada como una “tarea”.

La tarea  $i$  se define por:

$S_i$ : conjunto de estados que alimentan a la tarea  $i$ .  
 $\bar{S}_i$ : conjunto de estados que la tarea  $i$  produce como sus “salidas”  
 $r_{is}$ : proporción de entrada a la tarea  $i$ , del estado  $s \in S_i$

$$\sum_{s \in S_i} \rho_{is} = 1$$

$\bar{\rho}_{is}$ : proporción de salida de la tarea  $i$  al estado  $s \in \bar{S}_i$

$$\sum_{s \in \bar{S}_i} \bar{\rho}_{is} = 1$$

$P_{is}$ : tiempo de procesamiento para la salida de la tarea  $i$  al estado  $s \in \bar{S}_i$

$P_i$ : tiempo de completamiento de la tarea  $i$

$$P_i \equiv \max_{s \in \bar{S}_i} P_{is}$$

$K_i$ : conjunto de unidades (equipos) capaces de realizar la tarea  $i$

El estado  $s$  se define por:

$T_s$ : conjunto de tareas que reciben material del estado  $s$

$\bar{T}_s$ : conjunto de tareas que producen material en estado  $s$

$C_s$ : máxima capacidad de almacenamiento del estado  $s$

La unidad  $j$  es capaz de realizar una o más tareas; se caracteriza por:

$I_j$ : conjunto de tareas que pueden ser realizadas en la unidad  $j$

$V_{j\max}$ : capacidad máxima de la unidad  $j$ , cuando se utiliza para la tarea  $i$

$V_{j\min}$ : capacidad mínima de la unidad  $j$ , cuando se utiliza para la tarea  $i$

El problema de planificación para un sistema por cargas puede expresarse como:

“Dados la Red de Estados y Tareas (STN) de un proceso por cargas, la información asociada a ella y un horizonte de tiempo de interés, determinar

el “horario” de las operaciones para cada unidad, es decir, qué tareas, si las hay, se realizan en la unidad y en qué momento en el horizonte de tiempo; y el flujo de materiales a través de la red de forma tal que se optimice un criterio objetivo definido”.

Para ello se asume que:

- a) Las tareas no pueden interrumpirse, una vez iniciadas.
- b) Los tiempos de proceso de las tareas son fijos.
- c) El material se transfiere instantáneamente de estados a tareas y viceversa.
- d) Los datos son determinísticos y fijos en el horizonte de tiempo analizado.

**Formulación matemática del problema de planificación (Scheduling)**

Esta formulación se basa en una representación discreta del tiempo. El horizonte de tiempo de interés se divide en intervalos de igual duración. Los intervalos se numeran desde 1 hasta H, correspondiendo el tiempo inicial a 1 y el final a H + 1. La ventaja de este tipo de representación del tiempo es que facilita la formulación a partir de una malla de referencia en la que se coloquen todas las operaciones compitiendo por recursos. En la práctica, la longitud del intervalo de tiempo se define como el máximo factor común de los tiempos de procesamiento involucrados en el problema. Si los niveles de recursos requeridos en una tarea cambian durante la duración de la misma (consumo de vapor en una operación de cocción, por ejemplo), la longitud del intervalo de tiempo debe reducirse para permitir que dichos cambios coincidan con límites del intervalo.

Las restricciones fundamentales que deben ser satisfechas incluyen:

- a) La resolución de conflictos cuando las tareas deben ser asignadas a unidades de equipamiento.
- b) Limitaciones en las capacidades de las unidades y tanques de almacenamiento.
- c) Los balances de materiales.

A continuación se formulan matemáticamente estas restricciones mencionadas.

**Restricciones de asignación**

En cualquier tiempo dado  $t$ , en un equipo sólo puede comenzar una tarea, según la expresión:

$$\sum_{i \in I_j} W_{ijt} \leq 1$$

Por ejemplo, si en un tacho dado comienza una operación, entonces no podrá comenzar ninguna otra en el mismo tacho hasta que la anterior no haya concluido. Esto implica que si  $W_{ijt} = 1$ , entonces todo el  $W_{i'jt}$  para cualquier  $i'$  y cualquier tiempo dentro de la duración de la tarea debe ser cero. Esto puede ser expresado como:

$$\sum_{i \in I} \sum_{t=t}^{t+p-1} W_{i'jt} - 1 \leq M(1 - W_{ijt}) \quad \forall j, t, i \in I$$

Donde M es un número positivo suficientemente grande. Si  $W_{ijt}$  en el término de la derecha tiene un valor de 1, la doble sumatoria en el término de la izquierda es forzada a no exceder el valor de 1, lo cual implica que todos los demás  $W_{i'jt}$  deben ser iguales a cero.

**Restricciones de capacidad**

- a) La cantidad de material que se utiliza para inicial la tarea  $i$  en la unidad  $j$  en el tiempo  $t$  está limitada por las capacidades máxima y mínima de la unidad:

$$W_{ijt} V_{ij}^{\min} \leq B_{ijt} \leq W_{ijt} V_{ij}^{\max} \quad \forall i, t, j \in K_j$$

- b) La cantidad de material almacenado en el estado  $s$  no puede exceder en ningún momento la capacidad máxima de almacenamiento para este estado:

$$0 \leq S_{st} \leq C_s \quad \forall s, t$$

**Balances de materiales**

Los balances de materiales se expresan matemáticamente como:

$$S_{st} = S_{s,t-1} + \sum_{i \in T_s} \bar{\rho}_{is} \sum_{j \in K_i} B_{i,j,t} - P_{is} - \sum_{i \in T_s} \rho_{is} \sum_{j \in K_i} B_{ijt} \quad \forall s,t$$

Esta restricción establece que el incremento neto en la cantidad de material almacenado en el estado  $s$  en el tiempo  $t$  está dado por la diferencia entre la cantidad producida y la cantidad utilizada de este estado. La cantidad inicial del material en el estado  $s$  se asume como conocida, esto permite especificar la condición inicial de los inventarios de materiales, incluyendo productos intermedios (mieles, por ejemplo) y finales (azúcares, por ejemplo).

**Entrega de productos y recepciones de materias primas durante el horizonte de tiempo**

Usualmente es necesario (debido a obliga-

ciones contractuales) entregar a los clientes determinadas cantidades acordadas de material  $D_{st}$  en el estado  $s$  en determinados tiempos  $t$ . Por lo tanto, puede ser necesario, debido a la disponibilidad limitada de almacenamiento local o a las variaciones de los precios, recibir cantidades  $R_{st}$  de materias primas en el estado inicial (alimentación)  $s$  en los tiempos  $t$  durante el proceso de producción en lugar de tener todo el material requerido almacenado localmente desde el inicio del proceso. Estas complicaciones pueden ser incorporadas en la formulación matemática modificando las restricciones de balances de materiales:

$$S_{st} = S_{s,t-1} + \sum_{i \in T_s} \bar{\rho}_{is} \sum_{j \in K_i} B_{i,j,t} - P_{is} - \sum_{i \in T_s} \rho_{is} \sum_{j \in K_i} B_{ijt} + R_{st} - D_{st} \quad \forall s,t$$

**La disponibilidad limitada de utilidades y mano de obra**

Además de equipos de proceso, las tareas en una receta pueden requerir el uso de utilidades (por ejemplo vapor, electricidad, agua de enfriamiento, etc.), y/o mano de obra. La demanda de cada utilidad puede variar durante

la duración de la tarea. Además, en cualquier momento dado, la cantidad requerida puede ser constante o puede depender del tamaño de la carga. Asumimos que la cantidad de la utilidad  $u$  requerida por la tarea  $i$  en un intervalo  $q$  desde el inicio de la tarea se da por la combinación de una constante ( $a_{uiq}$ ) y un término variable ( $b_{uiq}$ ) de la forma:

$$\alpha_{ui\theta} + \beta_{ui\theta} B \quad \forall i, j \in K_i, \theta = 0..P_i - 1$$

Donde  $B$  es el tamaño de la carga pertinente. Para la mano de obra y otras utilidades discretas, los factores de la demanda constantes  $a_{uiq}$  normalmente son enteros, mientras los

factores variables  $b_{uiq}$  son probablemente cero. La demanda total  $U_{ut}$  para la utilidad  $u$  disponible durante el periodo de tiempo  $t$  se da por:

$$U_{ut} = \sum_i \sum_{j \in K} \sum_{\theta=0}^{p-1} (\alpha_{ui\theta} W_{ij,t-\theta} + \beta_{ui\theta} B_{ij,t-\theta}) \quad \forall u,t$$

La cantidad máxima de utilidad  $u$  disponible durante el periodo de tiempo  $t$ ,  $U_{ut}^{\max}$  también puede variar durante el horizonte de tiempo: pero, en cualquier

caso, la demanda total en cualquier momento dado no puede exceder este máximo. Esto lleva a los límites simples siguientes:

$$0 \leq U_{ut} \leq U_{ut}^{\max} \quad \forall u, t$$

### **Función objetivo**

El modelo es capaz de acomodar diferentes medidas económicas o de comportamiento del sistema. El criterio principalmente usado es la maximización de la ganancia; pero también pueden usarse criterios de otro tipo, como maximizar la producción de azúcar o maximizar la cantidad de meladura procesada en el área por ejemplo.

Las restricciones anteriores existen en todos los problemas de planificación en procesos por cargas, como lo es el área de tachos discontinuos en la producción de azúcar. En general, son suficientes cuando se enfrenta el problema de síntesis del esquema de cocción. Una restricción adicional conveniente para este caso de síntesis puede serlo una que establezca la conectividad real entre equipos en la planta. Es decir, una restricción que indique las conexiones reales que hay entre los equipos para evitar soluciones que no sean factibles de aplicación. O, de lo contrario, incluir restricciones que permitan calcular los costos asociados a la instalación de tuberías y equipos de bombeo para lograr esta conectividad.

Sin embargo, se puede además incluir otros elementos en este análisis si se trata de simular el comportamiento del área. Por ejemplo, se pueden incorporar restricciones para tener en cuenta otros factores como la no disponibilidad temporal de equipos en algún intervalo del horizonte de tiempo, la utilización de algún equipo como tanque de almacenamiento intermedio en algún momento, requerimientos de limpieza de equipos, etc.

En la segunda parte de este trabajo se describe la aplicación de un modelo de este tipo en la síntesis de esquemas de cocción en un ingenio azucarero.

### **FUENTES DE INFORMACION CONSULTADAS**

1. Graells, M. y col.: "General approach and tool for the scheduling of complex production sys-

tems". *Comp. & Chem. Eng.*, Vol. 22, Suplemento, pp. 395-402, 1998.

2. Kondili, E.; C. C. Pantelides; R. W. H. Sargent: "A general algorithm for short-term scheduling of batch operations – 1. MILP formulation", *Computers & Chem. Eng.*, 17(2): 211-227, 1993.

3. Sabadí, R. *et. al.*: "El enfoque de red orientado a eventos en la síntesis en Esquema de cocción para la fabricación de azúcar", *Centro Azúcar*, (1): 9-14, 2005.