

# COMPARACIÓN DE MÉTODOS USADOS EN LA ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE LAS MEDICIONES PARA REALIZAR BALANES DE MASA Y ENERGÍA EN FÁBRICAS DE AZÚCAR

**Martha Nápoles García\*, Abdel Rivera Martín, María de L. de la Cruz Aragonese e Hilda Oquendo Ferrer,**  
**Universidad de Camagüey.**  
**Erenio González Suárez,**  
**Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas.**

Recibido:

Aceptado:

En el presente trabajo se presenta un estudio comparativo de dos métodos reportados en la literatura especializada para la estimación de la incertidumbre de las mediciones en los resultados de los balances de masa y energía en centrales azucareros. El mismo se llevó a cabo en el central refinera “Agramonte”, de la ciudad de Camagüey, durante una decena de la zafra de 2002-2003. Se utilizaron los métodos siguientes: aplicación de lo establecido en las normas ISO-GUM, y el método de simulación de Monte Carlo. Ambos procedimientos arrojaron resultados similares, corroborados por una prueba de hipótesis realizada a los resultados obtenidos de bagazo faltante. Se elaboró una hoja de cálculo en EXCEL que permitió llevar a cabo tan compleja tarea.

Palabras clave: Simulación, método de Monte Carlo, incertidumbre, normas ISO-GUM.

## **COMPARING METHODS TO ESTIMATE UNCERTAINTY IN DATA ACQUISITION FOR MASS AND ENERGY BALANCES IN CANE SUGAR MILLS**

In this paper a comparison between two methods for estimating measurement uncertainty and its effect in mass and energy balances in sugar mills is carried out. It was developed in Agramonte sugar mill, during ten days of January 2002. Monte Carlo simulation method and ISO-GUM method were used for obtaining uncertainty. By applying hypothesis test both methods were compared. It was demonstrated either Monte Carlo method or ISO-GUM method can be used successfully. A spreadsheet in Microsoft Excel was elaborated for developing this complex task.

Key words: Simulation, Monte Carlo method, uncertainty, ISO-GUM procedure.

### **INTRODUCCIÓN**

En el desarrollo de nuevos procesos o en el mejoramiento de los ya existentes, se precisa cada vez

más el uso de métodos de análisis que permitan obtener resultados cada vez más precisos, sobre todo cuando se enfrentan nuevas inversiones en la industria de procesos.<sup>1, 2, 3, 5</sup>

E-mail: [martha.napoles@reduc.edu.cu](mailto:martha.napoles@reduc.edu.cu)

## DESARROLLO

### Medición de la incertidumbre

#### Cálculo de la incertidumbre por las normas ISO- GUM (4)

Con la información se elaboró una hoja de cálculo en EXCEL para calcular la incertidumbre estándar combinada y la expandida, para el bagazo faltante.

Se define el modelo de medición como sigue:

Variable a medir o de salida (Y): Es el bagazo faltante (porque es salida que brinda el simulador utilizado).

Variables de entrada:  $X_1$ : presión de vapor directo (Pvd),  $X_2$ : presión de vapor de escape (Pve),  $X_3$ : temperatura del agua de alimentación (Tagalim), (porque resultaron las más sensibles en relación con la respuesta seleccionada).

#### Cálculo de la Incertidumbre

- **de tipo A:** Es la desviación estándar de las variables en cada día de decena.
- **de tipo B:** Es el 10 % del valor medio de las variables (según criterio de especialistas en la industria y la literatura).

Se tomó ese criterio al carecerse de certificados de calibración y debido al estado de la instrumentación, luego de consultar a los instrumen-

$$Q = Mv_{CAL} \times \lambda v_{CAL} = m_{JC} \times Cp_{JC} \times (Tsal_{JC} - Tent_{JC}) + Mv_{CU} \times \lambda v_{CU}$$

donde:

y (kcal/kg): se localizan en las tablas termodinámicas con la presión de vapor absoluta, en este caso se determinó con la tabla reportada por el simulador Termoazúcar, según sea el vapor de escape o el vapor del cuerpo.

Como se observa, aquí está el punto de unión entre las presiones y el flujo.

$Cp_{JC} = (1 - 0,006 \times Bx_{JC})$ , según (10). (kcal/kg °C)

$Tent_{jc}$ : reportada en los datos de la tabla (datos para entrar en el simulador). (°C)

tistas y especialistas del central, así como de revisar las recomendaciones.<sup>4,5</sup>

#### Incertidumbre estándar de cada variable:

$$U(x_i) = U_A(x_i) + U_B(x_i)$$

#### Incertidumbre estándar combinada:

Para efectuar este cálculo, es necesario que todas las incertidumbres estándares de cada variable medida  $U(X_i)$  estén expresadas en las mismas unidades, y en correspondencia también con las unidades de las variables de salida (Y), la que, como se ha planteado en el modelo de medición seleccionado es el bagazo sobrante, reportado en el simulador Termoazúcar en lb/h.

La situación que se presenta es la de llevar la incertidumbre estándar de la Pvd, Pve, de psia a lb/h, así como la de la Tagalim de °C a lb/h de bagazo faltante en ambos casos.

Se procederá como sigue para las presiones de vapor de escape, Pcapre y Pcalv (teniendo en cuenta, que según el sistema termoenergético del central Agramonte, estas dos últimas son vapor de escape también, de ser posible medir esas variables).

A través de la ecuación del balance de energía en estado estacionario, se relaciona el intercambio de calor entre el vapor de escape y el jugo clarificado, entonces se tiene que:

$$Tsal_{JC} = Tv_{CU} + E.P.E \quad (°C)$$

donde:

E.P.E: elevación del punto de ebullición, se determina a través de una expresión empírica, ajustada a partir de datos tomados de (14) y la fórmula siguiente:

$$E.P.E. = f(Bx_{JC}), \quad (°C)$$

El modelo ajustado es:

$$Y = 0,008 \times X^{1,7694} \text{ con } R^2 = 0,9883$$

Se halla un  $\lambda$  con la presión, sin considerar la incertidumbre ( $\lambda$ ), y otro con la presión, considerando la incertidumbre ( $\lambda$ ). Entonces los flujos de vapor en la calandria de cada caso serán:

$$M_{S/I} = \frac{m_{JC} \times CP_{JC} \times (T_{sal_{JC}} - T_{enf_{JC}}) + M_{v_{CU}} \times \lambda v_{CU}}{\lambda w_{CAL(S/I)}} \quad (1b/h)$$

presión de vapor de la calandria del primer vaso del quíntuple efecto (Pca1v), de la forma siguiente:

Esto se afecta por el índice de generación, (IG) cuyo valor se toma del Termoazúcar al ejecutarse el módulo ENER 3.

$$M_{C/I} = \frac{m_{JC} \times CP_{JC} \times (T_{sal_{JC}} - T_{enf_{JC}}) + M_{v_{CU}} \times \lambda v_{CU}}{\lambda w_{CAL(C/I)}} \quad (1b/h)$$

Se calcula la incertidumbre estándar de la presión de vapor de escape (Pve), presión de vapor en la calandria del preevaporador (Pcapre), y la

De forma similar se procede en el cálculo de las incertidumbres en los diferentes equipos, tomando en consideración la necesidad de expresarlas en las mismas dimensiones, así, se determina la fracción de la incertidumbre

$$\frac{Uc(Y)}{Y} = \sqrt{\left(\frac{U(Pvd)}{Gturbo}\right)^2 + \left(\frac{U(Pve)}{Mv_{CAL}}\right)^2 + \left(\frac{U(T_{aga\ lim})}{T_{aga\ lim}}\right)^2} = Fracción$$

donde:

donde K = 1

$$\frac{U(Pve)}{Mv_{CAL}} = \dots = \frac{U(Pve)}{Y} \times IG$$

Y: bagazo faltante (lb/h).

$$Y = Y \pm U_E$$

Por tanto, la incertidumbre estándar combinada se calcula como:

con un nivel de confianza del 95%.

$$Uc(Y) = Fracción \times Y$$

Incertidumbre expandida:

$$U_E = K \times U_c$$

En la tabla 1 aparecen los valores calculados por la norma ISO-GUM y por el método que se describe a continuación, se emiten posteriormente criterios de la comparación de ambos resultados.

**Tabla 1. Resultados de las pruebas de hipótesis al comparar ambos métodos**

Decena días	Bag Faltante t/d ISO-GUM	Bag Faltante t/d		Probabilidad límite inferior	Probabilidad límite superior
		Monte Carlo Límite superior	Monte Carlo Límite inferior		
		Valor promedio	Valor promedio		
1	346,35	370,27	322,43	0,001	0,008
2	352,23	380,22	234,24	0,032	0,03
3	343,28	364,62	321,93	0,0315	0,046
4	351,13	372,6	329,69	0,00012	0,0091
5	347,66	371,03	324,29	0,034	0,036
6	360,54	400,43	320,64	0,063	0,0005
7	363,61	390,05	337,17	0,0016	0,024
8	358,94	379,04	337,94	0,017	0,0067
9	366,08	386,74	345,43	0,004	0,023
10	369,25	396,65	341,86	0,00027	0,072

## Determinación de la incertidumbre por el método de Monte Carlo<sup>2</sup>

Este método consiste en realizar la simulación del proceso con una muestra lo suficientemente grande (1 000 valores o más), lo que implica obtener la respuesta, que en el caso estudiado es el bagazo faltante, al introducir en cada corrida los valores generados de las variables aleatorias que se consideran en el estudio, las que fueron: presión del vapor directo, presión del vapor de escape y temperatura del agua de alimentación. Al reportarse todos los valores de la variable de salida, la incertidumbre se determina como:

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} + \text{desv. estándar}$$

donde:

$Y$  = valor de la incertidumbre  
desv.estándar = la desviación estándar para los 1 000 valores obtenidos

Para aplicar el método es necesario tener información histórica de la variable, determinar su ley de probabilidad y luego simular su comportamiento, validando la muestra a través de pruebas de la concordancia como Chi Cuadrado y Kolmogoro Smirnov

Prueba de hipótesis para comparar los resultados de la estimación de la incertidumbre por ambos métodos.<sup>6,7</sup>

Se realizó esta prueba estadística para comprobar si en los resultados de ambos métodos no existían diferencias estadísticamente significativas. De tal forma que si es satisfactoria esa respuesta se puede utilizar el Método de Monte Carlo a partir de información histórica de las variables que sean sensibles en los resultados bajo estudio.

Se puede observar que no existen diferencias significativas, al comparar los valores de las probabilidades, las cuales dieron menores que 0,05 para ambos niveles del rango de la incertidumbre (inferior y superior).

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. Se estimó la incertidumbre de las mediciones en fábricas de azúcar utilizando la técnica de Monte Carlo así como las normas ISO-GUM.
2. No existieron diferencias significativas en los resultados al utilizar uno u otro método, lo que sirve de validación a la aplicación de ambos, resultado apoyado por la prueba de hipótesis aplicada.
3. Se recomienda, dada las condiciones de instrumentación en la industria, la utilización de la técnica de Monte Carlo, con el empleo de información histórica.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Banks, Jerry: *Discrete-Event System Simulation*, Cap. VI, 548 pp., Prentice Hall International, USA, 1999.
2. Blau, G.: Account for Uncertainty in New Product Development, en [www. aiche.org/cep/ junio](http://www.aiche.org/cep/junio) 2001.
3. González Suárez, Erenio: La incertidumbre económica en las inversiones de plantas de la ruta alcoquímica. (s. l: s. n, s. a.- s. p).
4. Introducción a la incertidumbre de las mediciones. (s.l: s.n, s.a.- s.p).
5. Fernández, J.: *Fuzzy Dynamicss in Software Project Simulation and Support*. (s.l: s.n, s.a.- s.p).
6. Nápoles, M. y otros: "La aplicación del método de Monte Carlo en la estimación de la incertidumbre de mediciones en centrales azucareros", *Centro Azúcar*, no. 3, 2005.
7. Walpole, Myers: *Estadística para ingenieros*, Prentice Hall, 1999.