

## **Determinación de las constantes Mooney-Rivlin a través de datos experimentales, de materiales elastoméricos para la industria azucarera.**

**Autores:** Ing. Raide González Carbonell\*, MSc. Kirenia Abreu González\*\*, Dr. Emilio Álvarez García\*\*, Dr. Yamill Campos Pérez\*\*

\*\* Departamento Mecánica Aplicada y Dibujo. Facultad de Ingeniería Mecánica, UCLV. Cuba

### **RESUMEN:**

En el presente trabajo se aborda la situación actual de la modelación de materiales con una relación no-lineal entre la tensión y la deformación. Se estudiaron los modelos hiperelásticos que son utilizados por los programas de elementos finitos para caracterizar el comportamiento de los elastómeros durante la acción de las cargas. Se mencionan las ventajas y desventajas de cada uno de los modelos de material según investigaciones consultadas en la revisión bibliográfica. Se describen los ensayos mecánicos que son necesarios para caracterizar estos modelos de material y la metodología para la determinación automática de las constantes Mooney-Rivlin a través del software Cosmos/M.

**Palabras Claves:** Elastómeros, Mooney-Rivlin, Hiperelastico, No lineal.

### **Determination of the constant Mooney-Rivlin through experimental data, of elastomer materials for the Sugar Industry.**

#### **ABSTRACT**

Nowadays situation of nonlinear materials modeling was done in this work. Hyper elastic models used for Finite Element Software to calculate the behavior of elastomers under loads action were studied. Advantage and disadvantage of each materials model according to consulting researches were mentioned. Needed test to characterize the material model and the methodology to obtain Mooney-Rivlin constants using Cosmos/M were also described.

**Key Words:** Elastomers, Mooney-Rivlin, Hyper elastics, nonlinear.

#### **INTRODUCCIÓN:**

Los elastómeros tienen un uso extensivo en la industria azucarera y a partir de sus propiedades mecánicas cubre una gama amplia de aplicaciones como: cintas y rodillos de máquinas transportadoras, en correas de transmisión, en tuberías, mangueras, neumáticos, también como materiales aislantes en guantes protectores, zapatos y mantas.

El diseño hoy en día tiende a utilizar de forma integrada las técnicas CAD-CAE en el cálculo de piezas. En la actualidad es normal la integración del cálculo por elementos finitos y el diseño asistido por computadoras, con el objetivo, siempre, de reducir los tiempos de proyecto o de puesta de producto en el mercado. <sup>[1]</sup>

\* Ing. Profesor instructor, Facultad de Electromecánica. Universidad de Camaguey. Circunvalación norte Km 5 ½. CP 64650. Camaguey. Cuba. Telef. 0132261456. Email. raide.gonzalez@reduc.edu.cu

Cuando no se contaba con esta herramienta se hacía necesaria la fabricación de prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado coste tanto económico como en tiempo de desarrollo. <sup>[8, 11]</sup>

El Método de Elementos Finitos (MEF) permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico hasta llegar al modelo óptimo del problema, sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios para volúmenes grandes de piezas, pero prácticamente con las dimensiones definitivas, ya que el MEF puede acercarse bastante al diseño óptimo.

La mayoría de los análisis por elementos finitos que se realizan se basan en la solución de problemas estáticos, donde el valor de la carga no varía en función del tiempo y existe una relación lineal entre la fuerza y la deformación (Ley de Hooke). Según <sup>[3, 4, 9, 10]</sup> se considera que los desplazamientos inducidos son bastante pequeños como para ignorar el cambio de la rigidez causada por cargas.

Las técnicas de cálculo no lineal no tienen aún la difusión alcanzada por los métodos de cálculo lineal y requieren de computadoras más potentes, pero se emplean ya ampliamente en campos tales como el estudio de la resistencia a impacto de vehículos, el diseño de procesos de conformado de piezas metálicas (forja, estampado, extrusión, laminación) y el proyecto de componentes elastoméricos <sup>[14]</sup>.

A diferencia de lo que ocurre en los metales, que requieren relativamente pocas propiedades para caracterizar su comportamiento, el tratamiento del caucho es muy complejo ya que es un tipo de problema no lineal de geometría y de material.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

Para caracterizar el comportamiento mecánico de este tipo de materiales se han desarrollado múltiples modelos teóricos (Mooney-Rivlin, Ogden, Yeoh, etc.), los cuales se basan en el estudio de geometrías y sollicitaciones sencillas (compresión uniaxial, tracción uniaxial, cortante, etc.) No obstante se está trabajando para la normalización de los ensayos que describen estas sollicitudes de carga, y se han sustituido algunos de estos por otros más exactos, como es el caso de la sollicitud biaxial, en sustitución de los ensayos a compresión debido a que se obtiene un estado tensional puro para tensiones de compresión.

Estos modelos han sido implementados en programas de cálculo por elementos finitos que permiten poder realizar el estudio y la optimización de una pieza, sin necesidad de llegar a fabricar un prototipo real. Además son capaces de determinar las constantes de las propiedades mecánicas de los materiales a partir de los ensayos experimentales. <sup>[3, 4, 5, 6, 9, 10, 11]</sup>

Los manuales de Elementos Finitos [3, 4] sugieren que la representación más exacta de las propiedades hiperelásticas de los elastómeros se obtendrá si los coeficientes de entrada (M-R y Ogden) son determinados a través de la combinación de ensayos mecánicos en múltiples estados tensionales. Se necesita el comportamiento del material bajo tensiones de tracción y compresión si son posibles las tensiones de cortante puro. [13, 15]

Cuando se realicen los ensayos a tracción, se debe obtener un estado tensional puro, y que las tensiones debido a la compresión y cortante sean mínimas. (Se logra haciendo que la longitud de la probeta sea mucho mayor que el ancho y el espesor, al menos 10 veces) [5, 6, 9,10, 13, 15]

De forma similar, los ensayos a compresión deben estar libres de tensiones de tracción y cortante, la probeta debe estar bajo compresión pura.

Los ensayos de tracción uniaxial determinan las propiedades del material bajo la tensión plana. Se especifican varios métodos de ensayos de tracción normados para cauchos.

La probeta tiene forma de hueso, esto proporciona una distribución uniforme de las tensiones en la zona central de la probeta, donde se alcanzan los mayores valores. De esta forma la probeta se extiende y falla para condiciones bien definidas.

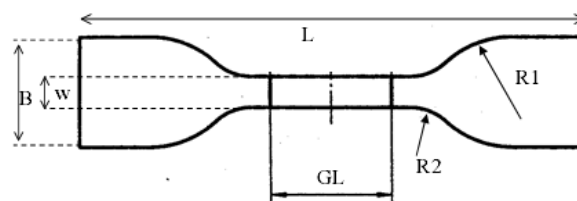


Figura 1: Forma de la probeta según ISO 37:1994

El rasgo importante del ensayo a cortante puro es que, a diferencia del ensayo uniaxial convencional, no hay tensiones laterales. Experimentalmente esto se logra usando las probetas con una relación largo/ancho alta (Figura 2). Estudios experimentales [Duncan, 1999 citado en (9)] con probetas de 200 mm de ancho x 60 mm de largo agarradas a longitudes diferentes no han mostrado alteración en las curvas tensión-tensión para relaciones longitud/ancho de cuatro y diez. La longitud de ensayo de 40 mm, con una relación de 5, es la medida para el ensayo más conveniente. Así, la probeta es ensayada en condiciones de cortante puro en lugar del estado de tensional plano que caracteriza la prueba de tracción uniaxial.



Figura 2: Aditamento para el ensayo a cortante puro.

El ensayo a compresión, Figura 3, es un ensayo popular a elastómeros, pero tiene como inconveniente que los estados tensionales de compresión puro no se logran debido a la fricción que surge entre la probeta y la máquina debido a que la probeta no se desplaza libremente a través de la superficie de las platinas durante el proceso de compresión. Inclusive para valores pequeños del coeficiente de fricción causan valores sustanciales de deformaciones transversales que alteran el valor de las deformaciones por compresión. [2, 12]

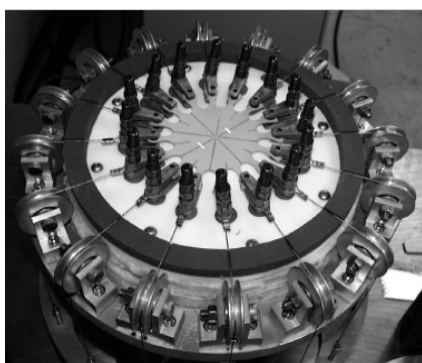


Figura 3: Ensayo a Compresión

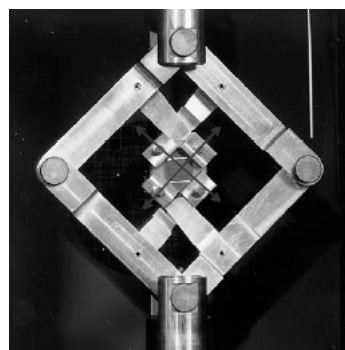
Sin embargo el Ensayo Equi-biaxial para compresión es el método principal para ensayos a compresión. Para materiales incompresibles o con un comportamiento prácticamente incompresible, la extensión biaxial de la probeta provoca un estado tensional equivalente al de compresión puro. Este tipo de ensayo es más complejo que el ensayo a compresión, sin embargo el estado tensional puro puede lograrse en modelos de materiales más exactos.

Existen dos tipos fundamentales de dispositivos para lograr este ensayo.

El Equi-biaxial Figura 4 (a) donde la probeta en forma de disco es tirada radialmente en todas las direcciones. Esto provoca que las superficies libres se acerquen y para materiales incompresibles, el estado tensional es el mismo que el de la compresión simple sin fricción. [2, 7, 12]



(a)



(b)

Figura 4: (a) Máquina de ensayo Equi-biaxial. (b) Aditamento de la máquina de tracción para el ensayo biaxial.

Las máquinas para este tipo de ensayo son raras en laboratorios de ensayos mecánicos debido a que son muy caras. Se han desarrollado algunos dispositivos para poder llevar a cabo este tipo de ensayo en máquinas de ensayo a tracción.

El otro dispositivo es el biaxial, Figura 3. (b). Se logra tirando de la probeta simultáneamente en dos direcciones. Se utiliza un dispositivo formado por brazos pivotes que garantizan el movimiento cruzado de la máquina en la extensión de la probeta en un ángulo de 45° respecto al ángulo de tracción de la máquina. Se miden la carga que se aplica en el eje de la máquina y las deformaciones que esta provoca. <sup>[5, 6, 9, 10,]</sup> La probeta es de forma cuadrada con 45 mm de lado y 2 mm de espesor. Las tensiones del ensayo equi-biaxial son equivalentes a las tensiones biaxiales. [Duncan, 1999 citado en 9]

La probeta para el ensayo biaxial puede cortarse de la misma lámina del material que se utilizó para la probeta del ensayo a tracción, mientras que la probeta que se utiliza en los ensayos a compresión necesita ser moldeada. <sup>[9, 10, 14]</sup> Cortando las probetas de la misma lámina se obtienen propiedades homogéneas para el material y por consiguiente puede desarrollarse un conjunto de datos consistente.

## RESULTADOS

El comportamiento de la curva tensión-deformación de los cauchos deformados tiene una fuerte dependencia con el último valor de la carga aplicada. Este fenómeno es conocido como efecto de Mullins.

Para la primera vez de aplicación de la carga, el material muestra cierta rigidez, sin embargo cuando se descarga y carga nuevamente, disminuye la misma. Luego de repetir el ciclo de carga varias veces el material estabilizaba el comportamiento y sigue la misma trayectoria de la curva tensión-deformación. Esto concuerda con el efecto Mullins <sup>[5, 10, 14]</sup>

Debido a estas limitaciones, para el análisis de una pieza se debe tener en cuenta que lo que define los resultados son los datos de entrada según el caso. Por ejemplo, si se va a analizar la primera vez que se deformará la pieza, entonces se debe utilizar la primera curva tensión-deformación, sin embargo, para el caso de una pieza que se analizará para condiciones de explotación donde se producen repetidas deformaciones, entonces se empleará la curva tensión-deformación estabilizada. <sup>[12]</sup>

Una vez que se conoce la relación tensión-deformación para los estados tensionales de tracción (uniaxial), compresión (biaxial o equibiaxial) y de cortante puro, se introducen los datos en el programa de Elementos Finitos Cosmos/M para determinar los valores de las constantes Mooney-Rivlin.

El módulo no lineal NSTAR ofrece la corrección automática de las curvas del material (curve-fitting) para determinar las constantes de los modelos de material Mooney-Rivlin, orden y visco elásticos.

Se utiliza el comando, MPCTYPE (LoadsBC > FUNCTION CURVE >Material Curve Type) para introducir los datos correspondientes el modelo de material que se le realizará el ajuste de curva, en el caso de Mooney-Rivlin se selecciona 2.

También se definen los tipos de curva o sea, tracción uniaxial, cortante y biaxial. Si están presentes las tres curvas entonces se pone 111, también se define la cantidad de constantes que se desean determinar, para los modelos de cinco constantes se obtienen buenos resultados. Ejemplo: MPCTYPE, (1, 3, 14, 15).

Con el comando MPC (LoadsBC > FUNCTION CURVE > Material Curve), se introduce la relación tensión-deformación para los tres ensayos. Los puntos de las curvas serán consecutivos, o sea, al el último punto de la curva de tracción uniaxial le seguirá el primero de la curva de cortante puro.

Los valores de las constantes Mooney-Rivlin y el ajuste de la curva se obtienen en un fichero de salida nombre. OUT.

## CONCLUSIONES

- La determinación de los valores de las constantes Mooney-Rivlin a partir de ensayos experimentales resulta más fácil que las constantes Ogden.
- La ecuación de la energía potencial de deformación del modelo Monney-Rivlin es considerada la ley constitutiva más usada en el análisis tensional de los elastómeros.
- El modelo de Ogden requiere mayor tiempo de cálculo al tratarse de una función exponencial respecto al modelo Mooney-Rivlin, que es una función polinómica.
- Para el análisis de una pieza se tiene en cuenta que lo que define los resultados son los datos de entrada según el caso.
- Para cada caso de solicitud de carga, debido al efecto Mullins, el modelo de material tiene diferentes constantes Mooney-Rivlin.

## BIBLIOGRAFIA

1. Beltrán F.: Teoría general del Método de los Elementos Finitos. [en línea] Collado-Villalba, 1999. <<http://www.idom.es/ada/Download/TeoriaMEF.pdf>> [Consulta: enero, 2007]
2. Compression or Biaxial Extension [en línea] Axel Product, Inc, 2000. <<http://www.axelproducts.com/downloads/CompressionOrBiAx.pdf>> [Consulta: Marzo 2007]
3. COSMOS DesignStar Nonlinear User´s Guide. Versión 3.0. SRAC, USA, 2003.
4. COSMOS/M 2.85 Advanced Modules (NSTAR) Nonlinear User´s Guide. SRAC, USA, 2003.
5. CROCKER, L.E.: The application of rubber material models to analyse flexible adhesive joints [en línea] Crown Copyright: NPL Materials Centre of Teddington, 1999.

- <[http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/Add99\\_ruber\\_paper.pdf](http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/Add99_ruber_paper.pdf)> [Consulta: abril 2006]
6. CROCKER, L. E.: Hyperelastic Modelling of Flexible Adhesives [en línea] Crown Copyright: NPL Materials Centre of Teddington, 1999. <[http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/cmmt\\_a\\_183.pdf](http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/cmmt_a_183.pdf)> [Consulta: abril 2006]
  7. DAY, J. R.: Equibiaxial Stretching of Elastomeric Sheets, An Analytical Verification of Experimental Technique. ABAQUS 2000 User's Conference Proceedings, Newport, Rhode Island, May 30-June 2, 2000.
  8. Diseño de componentes elastoméricos por método de los elementos finitos. [en línea] Revista Robotiker, 2003. <<http://revista.robotiker.com/articulos/articulo12/>> [Consulta: diciembre, 2003]
  9. DUNCAN, B.: Characterisation of Flexible Adhesives for Design [en línea] Crown Copyright: NPL Materials Centre of Teddington, 2001. <[http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/gpg\\_45.pdf](http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/gpg_45.pdf)> [Consulta: abril 2006]
  10. DUNCAN, B.: Test methods for determining hyperelastic properties of flexible adhesives. [en línea] Crown Copyright: NPL Materials Centre of Teddington, 1999. <[http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/cmmt\\_mn\\_54.pdf](http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/cmmt_mn_54.pdf)> [Consulta: abril 2006]
  11. Fundamentos teóricos del comportamiento mecánico del caucho [en línea] Revista Robotiker, 2003. <<http://revista.robotiker.com/articulos/articulo12/pagina2.jsp>> [Consulta: Enero, 2004]
  12. MILLER K.: Equibiaxial Stretching of Elastomeric Sheets, An Analytical Verification of Experimental Technique. [en línea] Axel Product, Inc, 2000 <<http://www.axelproducts.com/downloads/BiaxialExtension.pdf>> [Consulta: abril 2006]
  13. Miller K.: Testing Elastomers for Hyperelastic Material Models in Finite Element Analysis. [en línea] [s.n]: Axel Product, Inc, 2004. <<http://www.axelproducts.com/downloads/BiaxialExtension.pdf>> [Consulta: abril 2006]
  14. Nonlinear Finite Element Analysis of Elastomers. [en línea] <[http://www.axelproducts.com/downloads/MARC\\_FEA\\_ELASTOMERS\\_2000.pdf](http://www.axelproducts.com/downloads/MARC_FEA_ELASTOMERS_2000.pdf)> En: MSC. Software Corporation, [s.n]: Axel Product, Inc, 2000, [Consulta: marzo 2007]
  15. Uthuppan J.: Hyper Elastic Material Testing. COSMOS DesignStar User Group Meeting, September 30, 2003.